

# ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФИЛЬТРОВ ИНВАРИАНТНОГО ПОГРУЖЕНИЯ В БЕЗДАТЧИКОВОЙ СИСТЕМЕ ВЕКТОРНОГО УПРАВЛЕНИЯ ВЕНТИЛЬНЫМ ДВИГАТЕЛЕМ

Г. Т. Хафизов, Д. А. Курносов, С. Г. Воронин

## Usage of invariant immersion filters in sensorless system of vector control of PMSM

G. T. Khaphizov, D. A. Kurnosov, S. G. Voronin

With each year, electrical drives occupy a bigger place in the life of a person. In medicine, construction, rescue work, military, scientific, industrial, in processing and many others. There are almost no areas, spheres of life where electrical drives aren't used and rectifier drive starts taking up leading position. Rectifier drive based on permanent-field synchronous motor is a locked system of automatic control, feedbacks on phase currents and voltages usually, as well as mechanical coordinates, such as rotor turn angle, rotational speed and momentum at the rotor shaft. Oftentimes finished electrical drive is quite an expensive device. Detectors of mechanical coordinates are one of the most expensive elements and a crucial task is to build sensorless electrical drive. There are also oftentimes problems during design of rectifier drive, when there is no physical access for measuring the mechanical coordinates. In such cases it is necessary to implement an estimation device which should correctly function not only in static modes but also during transition processes. Sensorless diagram of vector control of PMSM based on non-linear estimating filters of invariant immersion is considered during this work. Usage of estimating filters of invariant immersion allows withdrawing from measuring mechanical coordinates, not only in static modes but in dynamics. Decision structure of this problem is to analyze the system of PMSM combined equation; invariant immersion filter synthesis; in order to estimate the mechanical coordinates; reduced-order invariant immersion filter synthesis; mathematic modeling for the purpose of analyzing and comparing their functioning and application to rectifier drive. During the work the following was received: full order invariant immersion filter; lower order invariant immersion filter; results of work simulation of estimating filters are given.

**Keywords:** filter of full order invariant immersion; filter of invariant immersion of lowered order; PMSM; vector control; sensor-less control; synchronous motor with permanent magnets.

С каждым годом электроприводы занимают все большее место в жизни человека. Они применяются в медицине, строительстве, спасательном деле, военном, научном, производственном, в переработке и многих других. Практически нет областей, сфер жизни, где бы ни применялись электроприводы, и лидирующую позицию начинает занимать вентильный электропривод. Вентильный электропривод на основе синхронного двигателя с возбуждением от постоянных магнитов представляет собой замкнутую систему автоматического управления. Замыкают систему обычно обратные связи по фазным токам и напряжениям, а также по таким механическим координатам, как угол поворота ротора, угловая скорость вращения и механический момент на валу ротора. Зачастую готовый электропривод является весьма дорогим устройством. Датчики механических координат являются одними из самых дорогих элементов, и актуальной задачей является построение бездатчикового электропривода. Также часто возникают задачи при проектировании вентильного электропривода, когда нет физического доступа, для измерения механических координат. В таких случаях необходимо реализовать оценивающее устройство, которое должно корректно функционировать не только в статических режимах, но и при переходных процессах. В данной работе рассматривается бездатчиковая схема векторного управления вентильного двигателя на основе нелинейных оценивающих фильтров инвариантного погружения. Использование оценивающих фильтров инвариантного погружения позволяет отказаться от измерения механических координат не только в статических режимах, но и в динамике. Структурой решения данной проблемы являются анализ системы уравнений вентильного двигателя; синтез фильтра инвариантного погружения для оценивания механических координат; синтез фильтра инвариантного погружения пониженного порядка; математическое моделирование с целью анализа и сравнения их функционирования и применимости к вентильному электроприводу. В ходе работы были получены: фильтр полного порядка инвариантного погружения; фильтр пониженного порядка инвариантного погружения; приводятся результаты моделирования работы оценивающих фильтров.

**Ключевые слова:** фильтр инвариантного погружения полного порядка; фильтр инвариантного погружения пониженного порядка; вентильный двигатель; векторное управление; бездатчиковое управление; синхронный двигатель с постоянными магнитами.

### Фильтр инвариантного погружения полного порядка

Проблемой оценивания ненаблюдаемых координат в теории электропривода вентильными двигателями посвящено много работ. Наиболее применяемые – фильтры Калмана [1, 2] и Люинбергера [3–5], также применяются оценивающие устройства, основанные на геометрической связи в фазовом пространстве [6], и устройства, получаемые методом расширения пространства состояний и введении динамических коэффициентов у функций штрафа [7]. Однако все эти фильтры хорошо работают в стационарных режимах, а для бездатчикового привода необходимы переходные режимы – для таких задач, как пуск двигателя. Фильтр

инвариантного погружения основан на уравнении Стратоновича, которое описывает апостериорную плотность вероятности вектора состояний динамической системы. Вследствие этого фильтр инвариантного погружения высокоточно оценивает нелинейные системы в динамике. В основе вентильного двигателя лежит синхронный двигатель с возбуждением от постоянных магнитов. Как известно, любой электрически симметричный,  $m$ -фазный,  $n$ -полюсный синхронный двигатель преобразуется к эквивалентному двухфазному однополюсному синхронному двигателю. Рассмотрим бездатчиковый случай вентильного электропривода, будем считать, что наблюдаемыми величинами будут фазные токи, а ненаблюдаемыми – механические координаты. Запишем нелинейную систему обыкновенных стохастических дифференциальных уравнений в форме Коши, описывающую электромеханические процессы [8, 9] в двухфазном вентильном двигателе с учетом шумов, а также наблюдаемых и не наблюдаемых величин:

$$\begin{cases} \frac{di_a}{dt} = \frac{U}{L'} \cos(\varphi + \theta) - \frac{R'}{L'} i_a' - \frac{\kappa}{L'} \omega \cos(\varphi) + W_1(t); & a \in \{i_a'(t), i_b'(t), \omega(t), \varphi(t), M_c(t)\} \in \mathbb{R}, \\ \frac{di_b}{dt} = \frac{U}{L'} \sin(\varphi + \theta) - \frac{R'}{L'} i_b' - \frac{\kappa}{L'} \omega \cos\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right) + W_2(t); & b \in \{W_1(t), W_2(t), W_3(t), W_4(t), W_5(t)\} \in \mathbb{R}, \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{\kappa}{J} i_a' \cos(\varphi) + \frac{\kappa}{J} i_b' \cos\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right) - \frac{M_c}{J} + W_3(t); & c \in \{V_1(t), V_2(t)\} \in \mathbb{R}; \\ \frac{d\varphi}{dt} = \omega + W_4(t); & M \{ \forall a(t_i) \} = \mu_a, \\ \frac{dM_c}{dt} = W_5(t); & D \{ \forall a(t_i) \} = \nu_a, \\ z_1 = i_a' + V_1(t); & M \{ \forall b(t) \} = D \{ \forall c(t) \} = 0, \\ z_2 = i_b' + V_2(t); & \text{cov} \{ \forall b(t), \forall b(\tau) \} = \Psi_b \delta_D(t - \tau), \\ & \text{cov} \{ \forall c(t), \forall c(\tau) \} = \Psi_c \delta_D(t - \tau), \\ & \text{cov} \{ \forall b(t), \forall c(\tau) \} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где  $i_a', i_b'$  – токи фаз эквивалентного двухфазного электродвигателя;  $L'$  – суммарная симметричная индуктивность обмотки фазы статора;  $R'$  – сопротивление фазы статора; взаимосвязь амплитуды потока собственного поля ротора в системе отсчета статора задается коэффициентом  $\kappa$ ;  $\varphi$  – механический угол поворота ротора;  $U$  – амплитуда напряжения питания фазы вентильного двигателя;  $\theta$  – угол коммутации;  $M_c$  – момент сопротивления;  $J$  – момент инерции ротора;  $W_1(t), W_2(t), W_3(t), W_4(t), W_5(t)$  – гауссовские шумы, вызванные естественными процессами, не учитываемые моделью;  $z_1, z_2$  – переменные наблюдаемых в приводе величин;  $V_1(t), V_2(t)$  – гауссовские шумы, вызванные измерениями наблюдаемых величин;  $a$  – конечное множество переменных состояний системы;  $b$  – конечное множество шумов гаусса, вызванных естественными процессами, не учитываемые моделью;  $c$  – конечное множество шумов

Гаусса, вызванных измерениями наблюдаемых величин;  $M\{\}$  – функция математического ожидания;  $D\{\}$  – функция дисперсии;  $\mu_{a0}$  – начальное значение математического ожидания от любого элемента множества  $a(t_0)$  в начальный момент времени;  $v_{a0}$  – начальное значение дисперсии от любого элемента множества  $a(t_0)$  в начальный момент времени;  $\text{cov}\{\}$  – функция ковариации процессов;  $\delta_D(\cdot)$  – дельта функция;  $\Psi_w$  – амплитуда интенсивности ковариации любых двух шумов из множества  $b$  в разные моменты времени;  $\Psi_v$  – амплитуда интенсивности ковариации любых двух шумов из множества  $c$  в разные моменты времени.

Рассмотрим систему уравнений фильтра инвариантного погружения полного порядка:

$$\begin{cases} \dot{\hat{X}} = f(\hat{X}, t, U, \theta) + P \frac{\partial h^T(\hat{X}, t)}{\partial \hat{X}} \Psi_v^{-1} [Z - h(\hat{X}, t)]; \\ \dot{P} = GP_w G^T + P \frac{\partial f^T(\hat{X}, t, U, \theta)}{\partial \hat{X}} + \frac{\partial f(\hat{X}, t, U, \theta)}{\partial \hat{X}} P - P \frac{\partial \left\{ \frac{\partial h^T(\hat{X}, t)}{\partial \hat{X}} \Psi_v^{-1} [Z - h(\hat{X}, t)] \right\}}{\partial \hat{X}} P. \end{cases} \quad (2)$$

где  $\hat{X}$  – оценка вектора состояния системы;  $f(\hat{X}, t, U, \theta)$  – функция связи оценки вектора состояния;  $P$  – матрица дисперсии ошибки;  $Z$  – вектор наблюдения;  $h(\hat{X}, t)$  – вектор-функция связи наблюдаемых величин и вектора наблюдения;  $\Psi_v$  – матрица амплитуд ковариаций шумов измерений;  $\Psi_w$  – матрица амплитуд ковариаций шумов, вызванных естественными процессами в вентильном двигателе;  $G$  – матрица взаимосвязи гауссовских шумов.

Определим значения элементов системы (2) с учетом системы (1), для этого запишем необходимые сокращения:

$$\begin{cases} j_{13} = -\frac{\kappa}{L^s} \cos(\hat{\phi}), & j_{31} = \frac{\kappa}{J^r} \cos(\hat{\phi}), \\ j_{14} = \frac{\kappa}{L^s} \cdot \frac{3}{2} \hat{\omega} \sin(\hat{\phi}) - \frac{U}{L^s} \sin(\hat{\phi} + \theta), & j_{32} = \frac{\kappa}{J^r} \sin(\hat{\phi}), \\ j_{22} = -R^s / L^s, & j_{34} = \frac{\kappa}{J^r} i_\beta^s \cos(\hat{\phi}) - \frac{\kappa}{J^r} i_\alpha^s \sin(\hat{\phi}), \\ j_{23} = -\frac{\kappa}{L^s} \cdot \frac{3}{2} \sin(\hat{\phi}), & j_{35} = -\frac{1}{J^r}, \\ j_{24} = \frac{U}{L^s} \cos(\hat{\phi} + \theta) - \frac{\kappa}{L^s} \hat{\omega} \cos(\hat{\phi}), & j_{11} = -R^s / L^s, \end{cases} \quad (3)$$

Примем, что матрицы ковариаций будут единичными, матрица взаимосвязи – диагональная единичная матрица. Также пусть матрица дисперсий будет симметричной, дополнительно введем симметричную матрицу  $B$ , которая будет содержать функциональную составляющую правой части второго уравнения системы (2). Запишем преобразованные с учетом систем (1)–(3) компоненты симметричной матрицы  $B$ :

$$\begin{cases} b_{11} = 2P_{11}j_{11} + 2P_{31}j_{13} + 2P_{41}j_{14} - P_{11}P_{11} - P_{21}P_{21} + 1, \\ b_{21} = P_{21}j_{11} + P_{32}j_{13} + P_{42}j_{14} + j_{22}P_{21} + j_{23}P_{31} + j_{24}P_{41} - P_{21}P_{11} - P_{22}P_{21}, \\ b_{31} = P_{31}j_{11} + P_{33}j_{13} + P_{43}j_{14} + j_{31}P_{11} + j_{32}P_{21} + j_{34}P_{41} + j_{35}P_{51} - P_{31}P_{11} - P_{32}P_{21}, \\ b_{41} = P_{41}j_{11} + P_{43}j_{13} + P_{44}j_{14} + P_{41} - P_{41}P_{11} - P_{42}P_{21}, \\ b_{51} = P_{51}j_{11} + P_{53}j_{13} + P_{54}j_{14} - P_{51}P_{11} - P_{52}P_{21}, \\ b_{22} = 2P_{22}j_{22} + 2P_{32}j_{23} + 2P_{42}j_{24} - P_{22}P_{21} - P_{22}P_{22} + 1, \\ b_{32} = P_{32}j_{22} + P_{33}j_{23} + P_{42}j_{24} + j_{31}P_{21} + j_{32}P_{22} + j_{34}P_{42} + j_{35}P_{52} - P_{31}P_{21} - P_{32}P_{22}, \\ b_{42} = P_{42}j_{22} + P_{43}j_{23} + P_{44}j_{24} + P_{42} - P_{41}P_{21} - P_{42}P_{22}, \\ b_{52} = P_{52}j_{22} + P_{53}j_{23} + P_{54}j_{24} - P_{51}P_{21} - P_{52}P_{22}, \\ b_{33} = 2P_{31}j_{31} + 2P_{32}j_{32} + 2P_{43}j_{34} - 2P_{35}j_{35} - P_{31}P_{31} - P_{32}P_{32} + 1, \\ b_{43} = P_{41}j_{31} + P_{42}j_{32} + P_{44}j_{34} + j_{35}P_{54} + P_{43} - P_{41}P_{31} - P_{42}P_{32}, \\ b_{53} = P_{51}j_{31} + P_{52}j_{32} + P_{54}j_{34} + j_{35}P_{55} - P_{51}P_{31} - P_{52}P_{32}, \\ b_{44} = 2P_{44} - P_{41}P_{41} - P_{42}P_{42} + 1, \\ b_{54} = P_{54} - P_{51}P_{41} - P_{52}P_{42}, \\ b_{55} = P_{51}P_{51} + P_{52}P_{52} + 1. \end{cases} \quad (4)$$

Окончательно система уравнений для фильтра инвариантного погружения оценки механических величин вентильного двигателя с учетом систем (1)–(4) запишется следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{\hat{X}} = \begin{bmatrix} \dot{i}_\alpha^s \\ \dot{i}_\beta^s \\ \dot{\omega} \\ \dot{\phi} \\ \dot{M}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{U}{L^s} \cos(\hat{\phi} + \theta) - \frac{R^s}{L^s} \hat{i}_\alpha^s - \frac{\kappa}{L^s} \hat{\omega} \cos(\hat{\phi}) \\ \frac{U}{L^s} \sin(\hat{\phi} + \theta) - \frac{R^s}{L^s} \hat{i}_\beta^s - \frac{\kappa}{L^s} \hat{\omega} \sin(\hat{\phi}) \\ \frac{\kappa}{J^r} i_\alpha^s \cos(\hat{\phi}) + \frac{\kappa}{J^r} i_\beta^s \sin(\hat{\phi}) - \frac{\dot{M}_c}{J^r} \\ \hat{\omega} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P_{11}(i_\alpha^s - \hat{i}_\alpha^s) + P_{21}(i_\beta^s - \hat{i}_\beta^s) \\ P_{21}(i_\alpha^s - \hat{i}_\alpha^s) + P_{22}(i_\beta^s - \hat{i}_\beta^s) \\ P_{31}(i_\alpha^s - \hat{i}_\alpha^s) + P_{32}(i_\beta^s - \hat{i}_\beta^s) \\ P_{41}(i_\alpha^s - \hat{i}_\alpha^s) + P_{42}(i_\beta^s - \hat{i}_\beta^s) \\ P_{51}(i_\alpha^s - \hat{i}_\alpha^s) + P_{52}(i_\beta^s - \hat{i}_\beta^s) \end{bmatrix} \\ \dot{P} = B \end{cases} \quad (5)$$

Как можно заметить, система (5) – это система двадцатого порядка, компоненты матрицы дисперсии ошибки  $P$  играют роль динамических коэффициентов у функций «штрафа», которыми являются разности наблюдаемых и оцениваемых фазных токов. Высокий порядок системы затрудняет реализацию на микроконтроллерах со слабой вычислительной мощностью, поэтому необходимо понизить порядок фильтра инвариантного погружения.

**Фильтр инвариантного погружения пониженного порядка**

Фильтр инвариантного погружения полного порядка оценивает не только ненаблюдаемые механические координаты, но и наблюдаемые, т. е. фазные токи. Построим фильтр пониженного порядка так, чтобы происходила оценка только ненаблюдаемых величин, а остальные величины будем восстанавливать из оцениваемых. Разделим оценку вектора состояния системы (2) на две части, часть с токами определим в вектор-функцию связи наблюдаемых величин и вектора наблюдения, а оставшиеся элементы оставим в векторе состояния. Тогда к системе (2) необходимо добавить дополнительное векторное дифференциальное уравнение:

$$\dot{h} = h(\hat{X}, t). \quad (6)$$

Однако порядок системы изменится незначительно, при таком введении для существенного изменения необходимо решить систему (6) и использовать решение уже в системе (2). Система (6) представляет собой первые два уравнения системы (1). Каждое уравнение системы (6) представляет собой уравнение Бернулли. Решение уравнения Бернулли представляет собой функцию:

$$h(t) = Ce^{-\int P dt} + e^{-\int P dt} \int [Qe^{\int P dt}] dt, \quad (7)$$

где  $P = R^s/L^s$ ;  $Q$  – оставшиеся элементы векторного многочлена  $f(\hat{X}, t, U, \theta)$ ;  $C$  – константа.

Предположим, что скорость в системе (6) от времени меняется слабо:  $\omega \approx \text{const}$ , также пусть в фазных токах отсутствует постоянная составляющая  $C = 0$ , пусть также  $Q(t)$  слабо зависит от  $e^{\int P dt}$ . Тогда решение (7) можно переписать в виде:

$$h(t) = Q(t). \quad (8)$$

Воспользуемся решением (8) системы (6) для сборки фильтра инвариантного погружения пониженного порядка из систем (6) и (2). Проведем предварительные преобразования и запишем систему, но для этого запишем предварительные сокращения:

$$\begin{cases} h_1 = \frac{U \cos(\theta) - \kappa \hat{\omega} \sin(\hat{\phi}) + (R^s/L^s) \cos(\hat{\phi})}{L^s} \cdot \frac{U \sin(\theta) \cdot (R^s/L^s) \sin(\hat{\phi}) - \hat{\omega} \cos(\hat{\phi})}{(R^s/L^s)^2 + \hat{\omega}^2}, \\ h_2 = \frac{U \cos(\theta) - \kappa \hat{\omega} \cdot (R^s/L^s) \sin(\hat{\phi}) - \hat{\omega} \cos(\hat{\phi})}{L^s} + \frac{U \sin(\theta) \cdot \hat{\omega} \sin(\hat{\phi}) + (R^s/L^s) \cos(\hat{\phi})}{L^s \cdot ((R^s/L^s)^2 + \hat{\omega}^2)}, \\ r_1 = -\frac{UL^s \hat{\omega}^2 \sin(\hat{\phi} + \theta) - \kappa L^s R^s \hat{\omega}^2 \cos(\hat{\phi}) + 2UL^s R^s \hat{\omega} \cos(\hat{\phi})}{[(L^s \hat{\omega})^2 + R^s]^2} - \frac{2\kappa L^s R^s \hat{\omega} \sin(\hat{\phi}) - UL^s R^s \sin(\hat{\phi} + \theta) + \kappa R^s \cos(\hat{\phi})}{[(L^s \hat{\omega})^2 + R^s]^2}, \\ r_2 = -\frac{R^s U \sin(\hat{\phi} + \theta) - R^s \kappa \hat{\omega} \sin(\hat{\phi}) - UL^s \hat{\omega} \cos(\hat{\phi} + \theta) - \kappa L^s \hat{\omega}^2 \cos(\hat{\phi})}{(L^s \hat{\omega})^2 + R^s} - \frac{\kappa L^s \hat{\omega}^2 \cos(\hat{\phi})}{(L^s \hat{\omega})^2 + R^s}, \\ r_3 = -\frac{UL^s \hat{\omega}^2 \cos(\hat{\phi} + \theta) - \kappa L^s R^s \hat{\omega}^2 \cos(\hat{\phi}) + 2UL^s R^s \hat{\omega} \sin(\hat{\phi})}{[(L^s \hat{\omega})^2 + R^s]^2} - \frac{2\kappa L^s R^s \hat{\omega} \cos(\hat{\phi}) + UL^s R^s \cos(\hat{\phi} + \theta) + \kappa R^s \sin(\hat{\phi})}{[(L^s \hat{\omega})^2 + R^s]^2}, \\ r_4 = \frac{R^s U \cos(\hat{\phi} + \theta) - R^s \kappa \hat{\omega} \cos(\hat{\phi}) + UL^s \hat{\omega} \sin(\hat{\phi} + \theta) - \kappa L^s \hat{\omega}^2 \sin(\hat{\phi})}{(L^s \hat{\omega})^2 + R^s}, \\ c_1 = -\frac{\kappa}{J^r} i_\alpha^s \sin(\hat{\phi}) + \frac{\kappa}{J^r} i_\beta^s \cos(\hat{\phi}), \quad c_2 = -\frac{1}{J^r}. \end{cases} \quad (9)$$

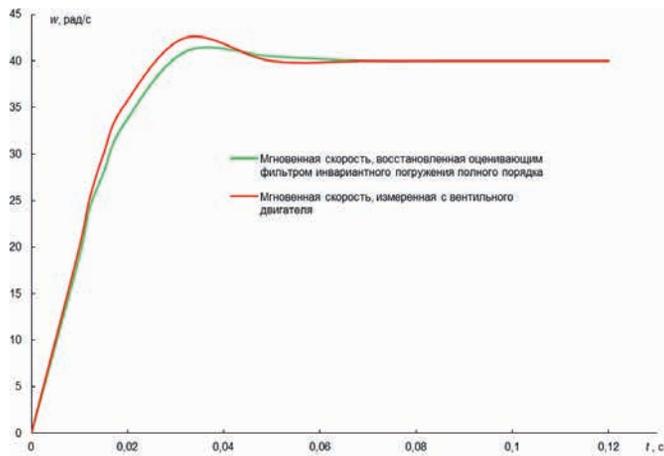


Рисунок 1. Осциллограмма угловой скорости ротора вентильного двигателя, снятая с фильтра инвариантного погружения полного порядка и с математической модели вентильного двигателя.

Тогда система уравнений фильтра инвариантного погружения пониженного порядка для вентильного двигателя будет выражаться:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}} \\ \mathbf{P} \end{cases} = \begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{\phi} \\ \dot{M}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{K}{J} i_{\alpha}^s \cos(\phi) + \frac{K}{J} i_{\beta}^s \cos(\phi - \pi/2) - \frac{\dot{M}_c}{J} \\ \omega \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [i_{\alpha}^s - h_1] (P_{11} r_1 + P_{21} r_2) + [i_{\beta}^s - h_2] (P_{11} r_3 + P_{21} r_4) \\ [i_{\alpha}^s - h_1] (P_{21} r_1 + P_{22} r_2) + [i_{\beta}^s - h_2] (P_{21} r_3 + P_{22} r_4) \\ [i_{\alpha}^s - h_1] (P_{31} r_1 + P_{32} r_2) + [i_{\beta}^s - h_2] (P_{31} r_3 + P_{32} r_4) \end{bmatrix}; \quad (10)$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_{11} \\ P_{21} \\ P_{31} \\ P_{22} \\ P_{32} \\ P_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(P_{11} P_{11} r_1 r_1 + P_{11} P_{21} r_2 r_1 + P_{11} P_{11} r_3 r_3 + P_{11} P_{21} r_4 r_3 + \\ + P_{21} P_{11} r_1 r_2 + P_{21} P_{21} r_2 r_2 + P_{21} P_{11} r_3 r_4 + P_{21} P_{21} r_4 r_4) + 2P_{21} c_1 + 2P_{31} c_2 + 1 \\ -(P_{11} P_{21} r_1 r_1 + P_{11} P_{32} r_2 r_1 + P_{11} P_{21} r_3 r_3 + P_{11} P_{32} r_4 r_3 + \\ + P_{21} P_{21} r_1 r_2 + P_{21} P_{32} r_2 r_2 + P_{21} P_{21} r_3 r_4 + P_{21} P_{32} r_4 r_4) + P_{22} c_1 + P_{32} c_2 + P_{11} \\ -(P_{21} P_{31} r_1 r_1 + P_{21} P_{32} r_2 r_1 + P_{21} P_{31} r_3 r_3 + P_{21} P_{32} r_4 r_3 + \\ + P_{22} P_{21} r_1 r_2 + P_{22} P_{32} r_2 r_2 + P_{22} P_{21} r_3 r_4 + P_{22} P_{32} r_4 r_4) + 2P_{21} + 1 \\ -(P_{11} P_{31} r_1 r_1 + P_{11} P_{32} r_2 r_1 + P_{11} P_{31} r_3 r_3 + P_{11} P_{32} r_4 r_3 + \\ + P_{21} P_{31} r_1 r_2 + P_{21} P_{32} r_2 r_2 + P_{21} P_{31} r_3 r_4 + P_{21} P_{32} r_4 r_4) + P_{32} c_1 + P_{33} c_2 \\ -(P_{21} P_{31} r_1 r_1 + P_{21} P_{32} r_2 r_1 + P_{21} P_{31} r_3 r_3 + P_{21} P_{32} r_4 r_3 + \\ + P_{22} P_{21} r_1 r_2 + P_{22} P_{32} r_2 r_2 + P_{22} P_{31} r_3 r_4 + P_{22} P_{32} r_4 r_4) + P_{31} \\ -(P_{31} P_{31} r_1 r_1 + P_{31} P_{32} r_2 r_1 + P_{31} P_{31} r_3 r_3 + P_{31} P_{32} r_4 r_3 + \\ + P_{32} P_{31} r_1 r_2 + P_{32} P_{32} r_2 r_2 + P_{32} P_{31} r_3 r_4 + P_{32} P_{32} r_4 r_4) + 1 \end{bmatrix}$$

Полученная система фильтра инвариантного погружения пониженного порядка (10) для вентильного двигателя является системой девятого порядка, а это на одиннадцать порядков ниже, чем у фильтра полного

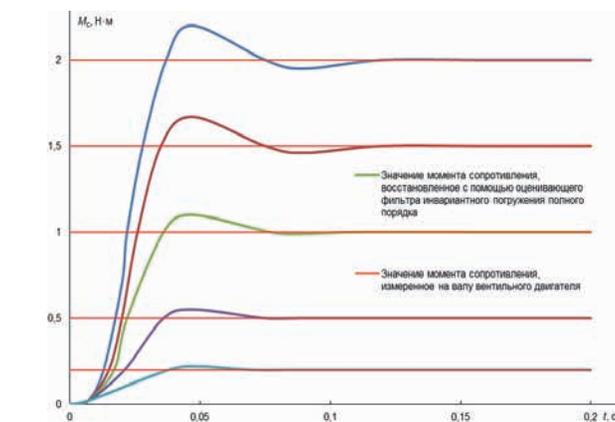


Рисунок 3. Семейство осциллограмм моментов сопротивлений на валу вентильного двигателя в составе привода, снятые с фильтра инвариантного погружения полного порядка и с математической модели вентильного двигателя.

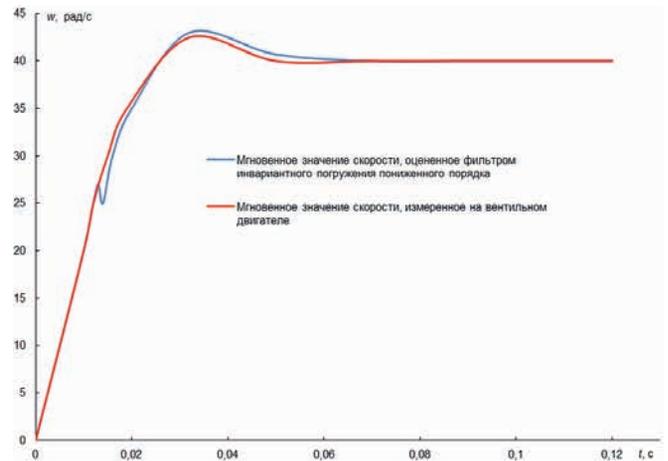


Рисунок 2. Осциллограмма угловой скорости ротора вентильного двигателя, снятая с фильтра инвариантного погружения пониженного порядка и с математической модели вентильного двигателя.

рядка (5). Таким образом, фильтр пониженного порядка имеет большую степень реализуемости на микроконтроллерах с малой вычислительной мощностью. Однако, в связи с принятыми упрощениями, данный фильтр будет менее адекватен при оценивании переходных процессов относительно фильтра полного порядка.

Математическое моделирование фильтров инвариантного погружения. Проведем математическое моделирование фильтров полного и пониженного порядков систем (10) и (5). Для этого примем, что электропривод вентильного двигателя обладает следующими параметрами и начальными условиями:

$$\begin{cases} R^s = 1 \text{ Ом} \\ L^s = 0,005 \text{ Гн} \\ U = 40 \text{ В} \\ J = 0,01 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \\ \theta = 0 \text{ рад} \end{cases}, \mathbf{P}(0) = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 5 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \mathbf{X}(0) = \begin{bmatrix} i_{\alpha}^s(0) = 0 \\ i_{\beta}^s(0) = 0 \\ \omega(0) = 0 \\ \phi(0) = 0 \\ M_c(0) = 0 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Приведем сравнительные осциллограммы угловых скоростей ротора, снятые с оценивающего фильтра и с математической модели вентильного двигателя в составе бездатчикового электропривода.

Из рис. 1, 2 видно, что оценивающие фильтры инвариантного погружения справляются с задачей оценки скорости двигателя. Надо заметить, что фильтр полного порядка имеет меньшее перерегулирование по скорости, чем сам объект, когда фильтр пониженного порядка практически неразличим при переходном процессе, но имеет в себе нелинейность, приводящую к сбою на 0,014 секунде.

Рассмотрим теперь семейства осциллограмм моментов на валу ротора вентильного двигателя, снятые с оценивающего фильтра и с математической модели вентильного двигателя в составе бездатчикового электропривода.

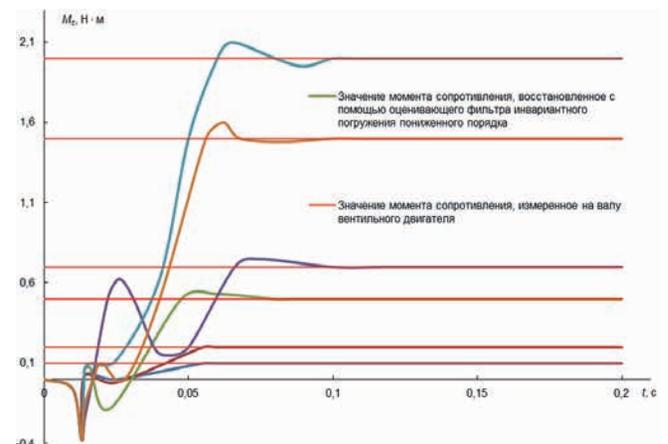


Рисунок 4. Семейство осциллограмм моментов сопротивлений на валу вентильного двигателя в составе привода, снятые с фильтра инвариантного погружения пониженного порядка и с математической модели вентильного двигателя.

На рис. 2–4 представлены семейства осциллограмм моментов на валу ротора вентильного двигателя. Как можно заметить, фильтр инвариантного погружения полного порядка оценивает значение момента на валу ротора без статической ошибки и с минимальным перерегулированием в динамике. Фильтр инвариантного погружения пониженного порядка оценивает момент хуже в динамике, при переходных процессах возникают высокая колебательность и перерегулирование, однако оцениваемые значения момента асимптотически стремятся к значениям момента на валу ротора.

Таким образом, поставленные в исследовании задачи решены и получены следующие результаты: исследован оценивающий фильтр инвариантного погружения для задачи построения бездатчикового вентильного привода, выявлено, что фильтр представляет собой систему нелинейных дифференциальных уравнений двадцатого порядка, которая корректно оценивает механические координаты вентильного двигателя в составе привода как в статических режимах, так и в переходных процессах. Получен фильтр инвариантного погружения пониженного порядка, выявлено, что фильтр является системой дифференциальных уравнений девятого порядка и справляется с задачей оценивания механических координат при переходных процессах удовлетворительно, однако при оценивании момента сопротивления наблюдается высокое перерегулирование. Необходимо заметить, что для пуска вентильного двигателя необходимо корректно оценивать механические координаты в динамике, поэтому наиболее оптимальным для таких задач можно считать фильтр инвариантного погружения полного порядка, но в стационарных и псевдостационарных режимах лучшим решением будет фильтр инвариантного погружения пониженного порядка. Подводя итог, можно сказать, что в связи с все увеличивающимися вычислительными мощностями и удешевляющимися микроконтроллерами фильтр инвариантного погружения является перспективным оценивающим устройством для применения в вентильном электроприводе, способным получать корректную оценку таких механических величин, как угол поворота ротора, угловая скорость и момент сопротивления на валу ротора вентильного двигателя при переходных процессах.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Gamazo-Real J. C., Vázquez-Sánchez E., Gómez-Gil E. Position and speed control of brushless DC motors using sensorless Techniques and Application Trends // *Sensors*. 2010. № 10. P. 6900–6947.
2. Lavanya Y., Bhavani N. P. G., Ramesh N., Sujatha K. Sensorless vector control of BLDC using extended Kalman filter // *Signal & Image Processing: An International Journal (SIPIJ)*. 2009. № 2. P. 5005–5022.
3. Luenberger D. An Introduction to Observers // *IEEE Trans. Autom. Control*. 1971. Vol. 16. P. 596–602.
4. Yang J., Hu Y., Huang W., Chu J., Gao J. Direct torque control of brushless DC motor without flux linkage observation // *Proceedings of the IEEE 6th International Power Electronics and Motion Control Conference (IPEMC '09)*, Wuhan, China, May 2009. pp. 1934–1937.

**Глеб Тагирович Хафизов**,  
Bloodnighthorror@mail.ru  
**Дмитрий Александрович Курносов**,  
**Сергей Григорьевич Воронин**,  
Южно-Уральский государственный университет  
Россия, Челябинск, просп. Ленина, 76

5. Busca C. Open loop low speed control for PMSM in high dynamic applications. Aalborg, Denmark: Aalborg universitet. 2010. 119 c.
6. Клиначев Н. В., Кулёва Н. Ю., Воронин С. Г. Определение углового положения ротора синхронного двигателя с возбуждением от постоянных магнитов // *Вестник ЮУрГУ. Сер. «Энергетика»*. 2014. Т. 14. № 2. С. 49–54.
7. Курносов Д. А. Использование настраиваемой модели вентильного двигателя в бездатчиковой системе векторного управления // *Материалы 65 науч. конф.* Челябинск: Изд. центр ЮУрГУ, 2013. № 1. С. 44–48.
8. Хафизов Г. Т., Воронин С. Г. Некоторые способы регулировки выходных параметров электропривода с вентильным двигателем при векторном управлении // *Электротехнические системы и комплексы*. 2016. № 1. С. 10–13.
9. Воронин С. Г., Курносов Д. А. и др. Электромагнитный момент и момент сопротивления на валу синхронного электродвигателя с возбуждением от постоянных магнитов // *Электротехника*. 2012. № 2. С. 2–5.

#### REFERENCES

1. Gamazo-Real J. C., Vázquez-Sánchez E., Gómez-Gil E. Position and speed control of brushless DC motors using sensorless Techniques and Application Trends. *Sensors*. 2010. № 10. P. 6900–6947.
2. Lavanya Y., Bhavani N. P. G., Ramesh N., Sujatha K. Sensorless vector control of BLDC using extended Kalman filter. *Signal & Image Processing: An International Journal (SIPIJ)*. 2009. № 2. P. 5005–5022.
3. Luenberger D. An Introduction to Observers. *IEEE Trans. Autom. Control*. 1971. Vol. 16. P. 596–602.
4. Yang J., Hu Y., Huang W., Chu J., Gao J. Direct torque control of brushless DC motor without flux linkage observation. *Proceedings of the IEEE 6th International Power Electronics and Motion Control Conference (IPEMC '09)*, Wuhan, China, May 2009. pp. 1934–1937.
5. Busca C. Open loop low speed control for PMSM in high dynamic applications. Aalborg, Denmark: Aalborg universitet. 2010. 119 c.
6. Klinachev N. V., Kulyeva N. Yu., Voronin S. G. 2014. *Opredeflenie uglovogo polozheniya rotora sinkhronnogo dvigatelya s vozbuzhdeniem ot postoyannykh magnitov* [Determining the angular location of the synchronous motor rotor with excitation from permanent magnets]. *Vestnik Yuzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta* [Bulletin of the South Ural State University. Series: Energetics]. 2014. No. 2. pp. 49–54.
7. Kurnosov D. A. 2013. *Ispol'zovanie nastraiyaemoi modeli ventil'nogo dvigatelya v bezdatchikovoii sisteme vektornogo upravleniya. Materialy 65 nauchnoi konferentsii* [Usage of adaptive model of PMSM in sensorless system of vectorial control. Materials of 65<sup>th</sup> scientific conference]. Chelyabinsk, South Ural State University. 2013. No. 1. pp. 44–48.
8. Khafizov G. T., Voronin S. G. 2016. *Nekotorye sposoby regulirovki viykhodnykh parametrov elektroprivoda s ventilnym dvigatelem pri vektornom upravlenii* [Few methods of aligning the output parameters of electrical drive with PMSM during vector control]. *Elektrotekhnicheskie sistemy i komplekсы* [Electrotechnical systems and complexes]. 2016. No. 1. pp. 10–13.
9. Voronin S. G., Kurnosov D. A. et al. 2012. *Elektromagnitnyi moment i moment soprotivleniya na valu sinkhronnogo elektrodvigateleya s vozbuzhdeniem ot postoyannykh magnitov* [Electromagnetic moment and moment resistance on the synchronous motor shaft with actuation from permanent magnets]. *Electrotekhnikha* [Russian Electrical Engineering]. No. 2. 2012. pp. 2–5.

**Gleb Tagirovich Khaphizov**,  
Bloodnighthorror@mail.ru  
**Dmitriy Aleksandrovich Kurnosov**,  
**Sergey Grigor'evich Voronin**,  
South Ural State University  
Chelyabinsk, Russia