Дискуссионный клуб
Discussion Club

УДК 550.83.01 (075) http://doi.org/10.21440/2307-2091-2025-1-171-177

Аналог теоремы Пуассона для магнитоупругого объекта

Владимир Викторович ФИЛАТОВ[1*]
Любовь Анатольевна БОЛОТНОВА[2**]

[1]Владимирский государственный университет им. А. Г. и Н. Г. Столетовых, Владимир, Россия
[2]Уральский государственный горный университет, Екатеринбург, Россия

Аннотация
Актуальность работы. В теории интерпретации потенциальных геофизических полей (гравитационного, магнитного, электрического и других) определенное значение имеет теорема Пуассона, или соотношение Пуассона. Этим математическим инструментом устанавливается формальная связь между потенциалами различных геофизических полей, например, между потенциалом магнитного поля и потенциалом поля силы тяжести, между потенциалом электрического поля и потенциалом поля силы тяжести и т. д. При установлении зависимостей между потенциалами геофизических полей в форме теоремы Пуассона не рассматривается вопрос о физической сути этих зависимостей. Поэтому такие зависимости и называются формальными. Соотношение Пуассона позволяет в ряде случаев упрощать методику интерпретации. Зная распределение потенциала поля какого-либо объекта, можно, используя соотношение Пуассона, вычислить распределение другого потенциала того же самого объекта, если невозможно измерить его потенциал или составляющие напряжённости по каким-либо причинам. При использовании соотношения Пуассона на объект накладывается важное требование: все физические свойства этого объекта должны быть постоянными. В теории тектонофизического анализа гравитационного поля была установлена точная зависимость между напряжённостью гравитационного поля и компонентами вектора смещения точек геологической среды, находящейся под действием силы тяжести однородной, произвольной по размерам плотностной неоднородности. На основе этой связи было установлено новое формальное соотношение Пуассона между напряжённостью магнитного поля однородно намагниченного объекта и компонентами тензора чистой деформации.
Цель исследования – установление нового соотношения Пуассона, связывающего потенциал магнитного поля однородно намагниченного объекта с главными значениями тензора чистой деформации.
Методология исследования. Теоретическими основами нового соотношения Пуассона являются: 1) классическая теорема Пуассона о связи потенциала магнитного поля однородно намагниченного объекта с гравитационным потенциалом; 2) обобщенная задача Миндлина.
Результаты исследования. Установлено новое формальное соотношение Пуассона между вектором индукции (напряженности) магнитного поля однородно намагниченного объекта и главными значениями тензора чистой деформации.
Выводы. Установлено новое соотношение Пуассона о связи напряженности магнитного поля однородно намагниченного объекта и главных значений деформации среды, обусловленных плотностной неоднородностью.

Ключевые слова: потенциалы геофизических полей, связь между потенциалами, соотношение Пуассона, обобщенная задача Миндлина.

Введение

В теории упругости известна задача Миндлина о смещениях, вызываемых в однородном упругом полупространстве произвольно ориентированной сосредоточенной силой [1, 2]. В [3–5] эта задача была обобщена на случай плотностной неоднородности произвольной формы, находящейся в однородном упругом полупространстве, на каждую точку которой действует равномерно распределенная по ее объему сила тяжести. Новая трактовка задачи Миндлина получила название обобщенной задачи Миндлина. Результатом решения обобщенной задачи Миндлина являются точные функ-

✉filatov47@bk.ru
https://orcid.org/0000-0002-8159-6488
**l.bolotnova@yandex.ru
https://orcid.org/0000-0002-5610-3688

ции, связывающие компоненты вектора смещения S (u, v, w) с потенциалом поля силы тяжести плотностной неоднородности W. Используя эти функции, можно по результатам измерения поля силы тяжести вычислять главные значения деформации и ориентировку главных осей деформации, обусловленных плотностной неоднородностью геологической среды, т. е. осуществлять тектонофизический анализ наблюденного гравитационного поля для решения, прежде всего, структурно-тектонических и иных задач [7–9].

Методология исследования

Теоретическими основами решения задачи о связи потенциала магнитного поля и главных значений тензора чистой деформации послужили два результата: формальное соотношение Пуассона о связи потенциала магнитного поля объекта при однородном намагничивании и обобщенная задача Миндлина о связи компонентов вектора смещения и потенциала поля силы тяжести. Обобщенная задача Миндлина является неформальным соотношением, поскольку «… сила тяжести контролирует в какой-то степени почти все типы тектонических процессов и играет главную роль в окончательном образовании многих деформационных структур» в геологической среде [10]. Эта связь поля силы тяжести и деформации получила название «гравитационная тектоника», под которой понимаются процесс и результат деформации геологической среды, обусловленные преимущественно воздействием силы тяжести [11]. Примерами гравитационной тектоники служат оползни, обрушения в горных выработках, соляно-купольная тектоника и множество других процессов.

Результаты исследования

Связь между магнитным и гравитационным потенциалами однородно намагниченного и гравитирующего объекта определяется следующим выражением:

$$U = \vec{J}\int_V \mathrm{grad}\,\frac{1}{R}\,dV, \qquad (1)$$

где U – потенциал магнитного поля; $\vec{J}$ – вектор намагничивания; R – расстояние от произвольной точки (x_0, y_0, z_0) намагниченного и гравитирующего объекта до произвольной точки (x, y, z), в которой определяются потенциалы магнитного или гравитационного полей; V – объем объекта; в формуле (1) произведение гравитационной постоянной на плотность объекта – $k\rho = 1$.

В обобщенной задаче Миндлина функциональные зависимости между компонентами вектора смещения S (u, v, w) и потенциалом поля силы тяжести представим для простоты (с небольшой потерей точности при аппроксимации) в форме многочленов:

$$\left.\begin{aligned} u_z &= W\sum_{j=1}^{n} b_{1j}W^j;\\ v_z &= W\sum_{j=1}^{n} b_{2j}W^j;\\ w_z &= W\sum_{j=1}^{n} b_{3j}W^j, \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

где W – потенциал поля силы тяжести; b_{1j}, b_{2j}, b_{3j} – коэффициенты многочленов; j – степень многочлена.

Найдем производные компоненты вектора смещения u_z по переменным x, y, z:

$$\frac{\partial u_z}{\partial x} = \frac{\partial W}{\partial x}\sum_{j=1}^{n} b_{1j}W^j + W\sum_{j=1}^{n} jb_{1j}W^{j-1}\frac{\partial W}{\partial x} =$$

$$\frac{\partial W}{\partial x}\left[\sum_{j=1}^{n} b_{1j}W^j + W\sum_{j=1}^{n} jb_{1j}W^{j-1}\right] = \frac{\partial W}{\partial x}M_1,$$

$$M_1 = \sum_{j=1}^{n} b_{1j}W^j + W\sum_{j=1}^{n} jb_{1j}W^{j-1}.$$

Две другие производные будут равны соответственно:

$$\frac{\partial u_z}{\partial y} = \frac{\partial W}{\partial y}M_1, \frac{\partial u_z}{\partial z} = \frac{\partial W}{\partial z}M_1.$$

Умножим правые и левые части выражений производных компоненты u_z на единичные векторы $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$. После умножения сложим правые и левые части получившихся выражений и в результате получим:

$$\frac{\partial u_z}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial u_z}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial u_z}{\partial z}\vec{k} = \left(\frac{\partial W}{\partial y}\vec{i} + \frac{\partial W}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial W}{\partial z}\vec{k}\right)M_1$$

или

$$\mathrm{grad}\,u_z = M_1\mathrm{grad}\,W. \qquad (3)$$

Из формулы (1) следует, что

$$U = -\vec{J}\,\mathrm{grad}\int_V \frac{dV}{R} = \vec{J}\,\mathrm{grad}\,W.$$

Отсюда

$$\mathrm{grad}\,W = -\frac{U}{\vec{J}}.$$

Подставляя этот результат в формулу (3), получим

$$\mathrm{grad}\,u_z = -\frac{U}{\vec{J}}M_1.$$

Теперь можно определить потенциал магнитного поля

$$U = -\left(\vec{J}\,\mathrm{grad}\,u_z\right)\frac{1}{M_1}, \qquad (4)$$

который, как видно, определяется через компоненту смещения u_z и функцию M_1, зависящую от потенциала поля силы тяжести плотностной неоднородности.

Определяя производные по переменным y и z выражений двух других компонент вектора смещения v_z и w_z и выполнив все рассмотренные преобразования, получим еще две формулы, аналогичные (4):

$$U = -\left(\vec{J}\,\mathrm{grad}\,v_z\right)\frac{1}{M_2}, \qquad (5)$$

$$U = -\left(\vec{J}\ \mathrm{grad}\ w_z\right)\frac{1}{M_3}, \qquad (6)$$

где $M_2 = \sum_{j=1}^{n} b_{2j}W^j + W\sum_{j=1}^{n} jb_{2j}W^{j-1}$; $M_3 = \sum_{j=1}^{n} b_{3j}W^j + W\sum_{j=1}^{n} jb_{3j}W^{j-1}$.

Формулы (4)–(6) представляют собой новое соотношение Пуассона. Чтобы связь между потенциалом магнитного поля U и деформацией объекта была явной, раскроем скалярное произведение в формуле (4):

$$\vec{J}\ \mathrm{grad}\ u_z = J_x\frac{\partial u_z}{\partial x} + J_y\frac{\partial u_z}{\partial y} + J_z\frac{\partial u_z}{\partial z}.$$

Для этого выразим производные в выражении скалярного произведения (производные смещения u) через компоненты тензора деформации e_{xx}, e_{yy}, e_{zz}, e_{xy}, e_{xz}, e_{yz} и составляющие вектора кручения ω_x, ω_y, ω_z. В результате получим

$$\frac{\partial u_z}{\partial x} = e_{xx}, \frac{\partial u_z}{\partial y} = \frac{1}{2}e_{xy} - \omega_z, \frac{\partial u_z}{\partial z} = \frac{1}{2}e_{zx} + \omega_y.$$

С учетом этих формул выражение потенциала магнитного поля будет иметь следующий вид:

$$U = \frac{1}{M_1}\left[J_x e_{xx} + J_y\left(\frac{1}{2}e_{xy} - \omega_z\right) + J_z\left(\frac{1}{2}e_{zx} + \omega_y\right)\right]. \qquad (7)$$

Используя эти же преобразования в формулах (5) и (6), будем иметь

$$U = \frac{1}{M_2}\left[J_x\left(\frac{1}{2}e_{xy} + \omega_z\right) + J_y e_{yy} + J_z\left(\frac{1}{2}e_{zy} + \omega_x\right)\right], \qquad (8)$$

$$U = \frac{1}{M_3}\left[J_x\left(\frac{1}{2}e_{zx} + \omega_y\right) + J_y\left(\frac{1}{2}e_{zy} + \omega_x\right) + J_z e_{zz}\right], \qquad (9)$$

При вертикальном намагничивании $J_x = 0$, $J_y = 0$, $J_z = J$. В этом случае формулы (7)–(9) упрощаются:

$$\left.\begin{aligned} U &= -\frac{1}{M_1}J\left(\frac{1}{2}e_{zx} + \omega_y\right), \\ U &= -\frac{1}{M_2}J\left(\frac{1}{2}e_{zy} - \omega_x\right), \\ U &= -\frac{1}{M_3}Je_{zz}. \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

Если вращение объекта при деформации отсутствует, то

$e_{xz} = 0$, $e_{yz} = 0$, $e_{zz} = e_3$, $\omega_x = 0$, $\omega_y = 0$, e_{zz}, e_{xy}, e_{xz}, e_{yz},

где e_3 – третье главное значение деформации. В этом случае потенциал магнитного поля будет иметь следующий вид:

$$U = -\frac{1}{M_3}Je_3. \qquad (11)$$

В магниторазведке потенциал магнитного поля не измеряется, а измеряется либо напряженность H, либо индукция B, которые связаны простым соотношением $\vec{B} = \mu\vec{H}$, где μ – магнитная проницаемость объекта, равная 1 для большинства горный пород и руд, т. е. $\vec{B} = \vec{H}$ – индукция численно равна напряженности.

В формуле (11) перейдем от потенциала U к составляющим вектора напряженности $H = -\mathrm{grad}\ U$:

$$H_x = -\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{1}{M_1}\left[J_x\frac{\partial e_{xx}}{\partial x} + J_y\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{\partial e_{xy}}{\partial x} - \frac{\partial\omega_z}{\partial x}\right) + J_z\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{\partial e_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial\omega_y}{\partial x}\right)\right].$$

Выполним преобразования в последнем выражении с помощью формул Бельтрами:

$$\frac{\partial\omega_z}{\partial x} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\partial e_{xy}}{\partial x} - \frac{\partial e_{xx}}{\partial y},$$

тогда

$$H_x = \frac{1}{M_1}\left[J_x\frac{\partial e_{xx}}{\partial x} + J_y\frac{\partial e_{xx}}{\partial y} + J_z\frac{\partial e_{xx}}{\partial z}\right] = \frac{1}{M_1}\left(\vec{J}\ \mathrm{grad}\ e_{xx}\right). \qquad (12)$$

Чтобы определить составляющие H_y и H_z, продифференцируем выражение (9) по y, а выражение (10) по z. Тогда

$$H_y = -\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{1}{M_2}\left[J_x\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{\partial e_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial\omega_z}{\partial y}\right) + J_y\frac{\partial e_{yy}}{\partial y} + J_z\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{\partial e_{zy}}{\partial y} - \frac{\partial\omega_x}{\partial y}\right)\right],$$

или с учетом формул Бельтрами

$$\frac{\partial\omega_z}{\partial y} = \frac{\partial e_{yy}}{\partial x} - \frac{1}{2}\cdot\frac{\partial e_{xy}}{\partial y}, \frac{\partial\omega_x}{\partial y} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\partial e_{zy}}{\partial y} - \frac{\partial e_{yy}}{\partial z}$$

выражение H_y будет окончательно иметь следующий вид:

$$H_y = \frac{1}{M_2}\left[J_x\frac{\partial e_{yy}}{\partial x} + J_y\frac{\partial e_{yy}}{\partial y} + J_z\frac{\partial e_{yy}}{\partial z}\right] = \frac{1}{M_2}\left(\vec{J}\ \mathrm{grad}\ e_{yy}\right). \qquad (13)$$

Выполним аналогичные преобразования формулы (10) для составляющей H_z с учетом формул Бельтрами и получим

$$H_z = -\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{1}{M_3}\left[J_x\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{\partial e_{zx}}{\partial z} - \frac{\partial\omega_y}{\partial z}\right) + J_y\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{\partial e_{zy}}{\partial z} + \frac{\partial\omega_x}{\partial z}\right) + J_z\frac{\partial e_{zz}}{\partial z}\right],$$

$$\frac{\partial\omega_y}{\partial z} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\partial e_{zx}}{\partial z} - \frac{\partial e_{zz}}{\partial x}, \frac{\partial\omega_x}{\partial z} = \frac{\partial e_{zz}}{\partial y} - \frac{1}{2}\cdot\frac{\partial e_{zy}}{\partial z}$$

DOI 10.21440/2307-2091-2025-1-171-177

и окончательно будем иметь

$$H_z = \frac{1}{M_3}\left[J_x\frac{\partial e_{zz}}{\partial x}+J_y\frac{\partial e_{zz}}{\partial y}+J_z\frac{\partial e_{zz}}{\partial z}\right] = \frac{1}{M_3}\left(\vec{J}\ \mathrm{grad}\ e_{zz}\right). \quad (14)$$

Пусть оси координат x, y, z совмещены с главными осями деформации, тогда компоненты тензора чистой деформации будут равны главным значениям деформации

$$e_{xx} = e_1,\ e_{yy} = e_2,\ e_{zz} = e_3.$$

В этом случае составляющие H_x, H_y, H_z вектора напряженности магнитного поля H будут иметь следующий вид:

$$\left.\begin{aligned} H_x &= \frac{1}{M_1}\left(\vec{J}\ \mathrm{grad}\ e_1\right),\\ H_y &= \frac{1}{M_2}J\left(\vec{J}\ \mathrm{grad}\ e_2\right),\\ H_z &= \frac{1}{M_3}\left(\vec{J}\ \mathrm{grad}\ e_3\right). \end{aligned}\right\} \quad (15)$$

Таким образом, формулы (15) представляют собой новое соотношение Пуассона, связывающее составляющие напряженности магнитного поля и главные значения деформаций.

В заключение покажем, что выполненные преобразования справедливы. Составляющая H_x определяется первой формулой (15):

$$H_x = \frac{1}{M_1}\left(\vec{J}\ \mathrm{grad}\ e_1\right).$$

Эта же составляющая, согласно соотношению Пуассона (1), равна

$$H_x = -\frac{\partial U}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x}\vec{J}\int_V \mathrm{grad}\frac{1}{R}\,dV.$$

Приравняем оба этих выражения:

$$-\frac{\partial}{\partial x}\vec{J}\int_V \mathrm{grad}\frac{1}{R}\,dV = \frac{1}{M_1}\left(\vec{J}\ \mathrm{grad}\ e_1\right).$$

Разделим правую и левую части последнего выражения на $\vec{J}$. Тогда получим равенство двух векторов:

$$-\frac{\partial}{\partial x}\int_V \mathrm{grad}\frac{1}{R}\,dV = \frac{1}{M_1}\mathrm{grad}\ e_1.$$

Из равенства векторов следует равенство их составляющих:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}\vec{i} + \frac{\partial^2 W}{\partial x\partial y}\vec{j} + \frac{\partial^2 W}{\partial x\partial z}\vec{k} = \frac{1}{M_1}\left(\frac{\partial e_1}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial e_1}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial e_1}{\partial z}\vec{k}\right).$$

Поэтому

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = \frac{1}{M_1}\cdot\frac{\partial e_1}{\partial x},$$

или, выполняя интегрирование и некоторые преобразования, получим

$$e_1 = \frac{\partial W}{\partial x}M_1.$$

При сравнении последнего выражения с видом производной $\frac{\partial u_z}{\partial x}$ видно, что при совмещении оси x с первым главным направлением $\frac{\partial u_z}{\partial x} = e_1$. Таким образом, мы вернулись к исходному результату. Такой же вывод будет справедлив и по двум другим составляющим напряженности. Следовательно, выполненные нами преобразования являются корректными.

Выводы

Формулы (4)–(6), (12)–(14) и (15) представляют собой различные типы нового соотношения Пуассона, позволяющие определять по характеристикам магнитного поля однородно намагниченного упругого объекта (потенциал, напряженность, индукция) компоненты тензора чистой деформации и главные значения деформации. Наибольший интерес представляют зависимости (15), поскольку с их помощью можно по заданному (измеренному или вычисленному) распределению напряженности магнитного поля определять деформацию среды, обусловленную плотностной неоднородностью (объектом) среды.

Выведенные типы соотношений Пуассона являются сугубо формальными, поскольку они не имеют физической подоплеки в виде магнитоупругого эффекта (эффект Виллари [12–14]), при котором под действием механических напряжений происходит изменение доменной структуры ферромагнетиков, а следовательно, изменение магнитных свойств объекта и его магнитного поля.

Классическая формулировка условия Пуассона была получена из предположения, что элементарными источниками магнитного поля пород и руд являются магнитные диполи, которых в природе нет. Магнетизм вещества обусловлен иными причинами – электрическими токами, текущими в атоме и ядре. Поэтому связь между магнитными и гравитационными потенциалами формальная, но тем не менее она используется при интерпретации и дает правильные результаты.

С этой позиции следует рассматривать и установленную нами связь между характеристиками магнитного поля и характеристиками деформации. В подобной ситуации нет ничего необычного. Многие современные физические теории являются прежде всего теориями математическими: мы, например, не знаем природы гравитационного поля или природы электромагнитного поля, хотя применяем соответствующие математические соотношения для оценки реальных физических полей. Анализ таких ситуаций дал американский математик М. Клайн:

«В основе каждой физической теории лежат прочные и четкие математические принципы. Наши теоретические умозрительные построения выходят за рамки интуитивных и чувственных восприятий. Пользуясь и теорией гравитации Ньютона, и теорией электромагнитного поля Максвелла, мы вынуждены признаться в незнании основных механизмов и возложить на математику описание того, что нам неизвестно» [15].

ЛИТЕРАТУРА

1. Миндлин Р., Чень Д. Сосредоточенная сила в упругом полупространстве // Механика. 1952. № 4(14). С. 118–133.
2. Лурье А. И. Пространственные задачи теории упругости. М.: ГИТТЛ, 1955. 491 с.
3. Филатов В. В. Теория и практика геодинамического анализа гравитационного поля (на примере рудных районов Урала): дис. … д-ра геол.-минерал. наук. Свердловск, 1990. 376 с.
4. Филатов В. В., Болотнова Л. А. Гравиразведка. Метод тектонофизического анализа гравитационного поля: научная монография. Екатеринбург: УГГУ, 2015. 284 с.
5. Болотнова Л. А. Методика изучения деформационного состояния геологической среды г. Екатеринбурга по гравиметрическим данным: дис. … канд. геол.-минерал. наук. Екатеринбург, 2007. 109 с.
6. Кузнецов Н. С. Прогнозирование рудных полей месторождений на основе тектонофизического анализа гравитационного поля: автореф. дис. … канд. геол.-минера. наук. Екатеринбург, 1994. 23 с.
7. Болотнова Л. А., Филатов В. В. Гравиразведка. Тектонофизический анализ гравитационного поля Екатеринбургского мегаполиса. Екатеринбург: УГГУ, 2010. 176 с.
8. Вандышева К. В. Изучение и прогнозирование рудных месторождений методом тектонофизического анализа гравитационного поля (на примере Урала): дис. … канд. геол.-минерал. наук. Екатеринбург, 2015. 86 с.
9. Кадышева Е. В. Тектонофизический анализ гравитационного поля на примере Березовского золоторудного и Ново-Шемурского медноколчеданного месторождений: дис. … канд. геол.-минерал. наук. Екатеринбург, 2012. 118 с.
10. Рамберг Х. Сила тяжести и деформации в земной коре. М.: Недра, 1985. 399 с.
11. International Technic Dictionary // American Association of Petroleum Geologists. Ed. by J. G. Dennis. Tulsa, Oklahoma, USA, 1967. Vol. 7. 196 p. https://doi.org/10.1306/M7362
12. Физический энциклопедический словарь / гл. ред. А. М. Прохоров. М.: Сов. энциклопедия, 1983. 944 с.
13.Филатов В. В., Иванченко В. С., Глухих И. И. Петрофизика. Петромагнетизм в рудной геофизике. Екатеринбург: УГГУ, 2011. 414 с.
14. Вонсовский С. В. Магнетизм. М., 1984. 1008 с.
15. Клайн М. Математика. Поиск истины. М.: Мир, 1988. 295 с.

Статья поступила в редакцию 21 ноября 2024 года

UDC 550.83.01 (075) http://doi.org/10.21440/2307-2091-2025-1-171-177

Analogue of Poisson's Theorem for a magnetoelastic object

Vladimir Viktorovich FILATOV[1*]
Lyubov' Anatol'evna BOLOTNOVA[2**]

[1]Vladimir State University named after Alexander and Nikolay Stoletovs, Vladimir, Russia
[2]Ural State Mining University, Ekaterinburg, Russia

Abstract
Relevance of the work. In the theory of interpretation of potential geophysical fields (gravitational, magnetic, electric and others), the Poisson theorem, or Poisson ratio, has a certain significance. This mathematical tool establishes a formal connection between the potentials of various geophysical fields, for example, between the magnetic field potential and the gravitational field potential, between the electric field potential and the gravitational field potential, etc. When establishing dependencies between the potentials of geophysical fields in the form of the Poisson theorem, the issue of the physical essence of these dependencies is not considered. Therefore, such dependencies are called formal. The Poisson ratio allows in a number of cases to simplify the interpretation technique. Knowing the distribution of the field potential of an object, it is possible, using the Poisson ratio, to calculate the distribution of another potential of the same object, if it is impossible to measure its potential or components of intensity for some reason. When using the Poisson ratio, an important requirement is imposed on the object: all physical properties of this object must be constant. In the theory of tectonophysical analysis of the gravitational field, an exact relationship was established between the intensity of the gravitational field and the components of the displacement vector of points of the geological environment under the action of the gravity of a homogeneous, arbitrary-sized density heterogeneity. Based on this relationship, a new formal Poisson ratio was established between the intensity of the magnetic field of a uniformly magnetized object and the components of the pure strain tensor.
The purpose of the research is to establish a new Poisson ratio that connects the magnetic field potential of a uniformly magnetized object with the principal values of the pure strain tensor.
Research methodology. The theoretical foundations of the new Poisson ratio are: 1) the classical Poisson theorem on the relationship between the magnetic field potential of a uniformly magnetized object and the gravitational potential; 2) the generalized Mindlin problem.
Results. A new formal Poisson ratio is established between the induction (intensity) vector of the magnetic field of a uniformly magnetized object and the principal values of the pure strain tensor.
Conclusions. A new Poisson ratio has been established for the relationship between the magnetic field strength of a uniformly magnetized object and the principal values of the deformation of the medium caused by density inhomogeneity.

Keywords: Potentials of geophysical fields, relationship between potentials, Poisson ratio, generalized Mindlin problem.

REFERENCES

1. Mindlin R., Chen D. 1952, Concentrated Force in an Elastic Half-Space. *Mekhanika* [Mechanics], no. 4 (14), pp. 118–133. (*In Russ.*)
2. Lurye A. I. 1955, Spatial Problems of Elasticity Theory. Moscow, 491 p. (*In Russ.*)
3. Filatov V. V. 1990, Theory and Practice of Geodynamic Analysis of the Gravitational Field (Using the Example of the Ore Regions of the Urals), PhD thesis. Sverdlovsk, 376 p. (*In Russ.*)
4. Filatov V. V., Bolotnova L. A. 2015, Gravity Exploration. Method of Tectonophysical Analysis of the Gravitational Field: Scientific Monograph. Ekaterinburg, 284 p. (*In Russ.*)
5. Bolotnova L. A. 2007, Methodology for Studying the Deformation State of the Geological Environment of Ekaterinburg Using Gravimetric Data, PhD thesis. Ekaterinburg, 109 p. (*In Russ.*)
6. Kuznetsov N. S. 1994, Forecasting Ore Fields of Deposits Based on Tectonophysical Analysis of the Gravitational Field, PhD thesis. Ekaterinburg, 23 p. (*In Russ.*)
7. Bolotnova L. A., Filatov V. V. 2010, Gravity Exploration. Tectonophysical Analysis of The Gravitational Field of the Ekaterinburg Metropolis. Ekaterinburg, 176 p. (*In Russ.*)
8. Vandysheva K. V. 2015, Study and Forecasting of Ore Deposits by the Method of Tectonophysical Analysis of the Gravitational Field (Using the Example of the Urals), PhD thesis. Ekaterinburg, 86 p. (*In Russ.*)
9. Kadysheva E. V. 2012, Tectonophysical Analysis of the Gravitational Field using the Example of the Berezovsky Gold Ore and Novo-Shemursky Copper Pyrite Deposits, PhD thesis. Ekaterinburg, 118 p. (*In Russ.*)
10. Ramberg H. 1985, Gravity and Deformations in the Earth's Crust. Moscow, 399 p. (*In Russ.*)

✉filatov47@bk.ru
https://orcid.org/0000-0002-8159-6488
**l.bolotnova@yandex.ru
https://orcid.org/0000-0002-5610-3688

11. Dennis J. G. 1967, International Technic Dictionary. *American Association of Petroleum Geologists*. Tulsa, Oklahoma, USA, vol. 7, 196 p. https://doi.org/10.1306/M7362
12. Prokhorov A. M. 1983, Physical Encyclopedic Dictionary. Moscow, 944 p. (*In Russ.*)
13. Filatov V. V., Ivanchenko V. S., Glukhikh I. I. 2011, Petrophysics. Petromagnetism in Ore Geophysics. Ekaterinburg, 414 p. (*In Russ.*)
14. Vonsovsky S. V. 1984, Magnetism. Moscow, 1008 p. (*In Russ.*)
15. Klein M. 1988, Mathematics. Search for Truth. Moscow, 295 p. (*In Russ.*)

The article was received on November 21, 2024