УДК 539.(4+4.011+42)+622.(011.4+02+023.23) https://doi.org/10.21440/2307-2091-2019-3-111-123

Континуальная концепция сдвиговой дезинтеграции твердых тел

Андрей Викторович ЖАБКО*

Уральский государственный горный университет, Россия, Екатеринбург

Актуальность темы исследований. Вопросы прочности материалов являются основополагающими в любой технической науке. Особенную актуальность вопросы разрушения имеют в горном деле, где основные технологические процессы направлены на разрушение горных пород (бурение, взрывание, дробление и т.д.), а технология добычи (системы разработки) или ведения горных работ выбирается из условия устойчивости (прочности) горного массива.

Цель работы. Работа посвящена установлению закономерностей пластического деформирования и дезинтеграции горных пород (твердых тел) на основе их представления сплошной (континуальной) средой.

Методы исследований, результаты и выводы. Автором предлагаются некоторые новые закономерности пластического деформирования, полученные аналитически на основе континуальной механики разрушения, среди которых функции поверхности текучести и пластического потенциала, критерий прочности твердых тел, уравнение, определяющее собственный момент блоков (образовавшихся структур) при пластическом деформировании, динамические уравнения (эволюционные) поведения фрагментированных сред, вариационный принцип дезинтеграции твердых тел, критерий роста или появления трещины на любом масштабном (иерархическом) уровне, тесно связанный с фундаментальным параметром иерархии горных массивов и числом Фидия. Выявлены, объясняются и обсуждаются некоторые эффекты и явления протекания процессов, происходящих во время пластического деформирования, дезинтеграции (деструкции). В частности, показано, в том числе экспериментально, что главным признаком пластической деформации на стадии упрочнения является частичная или полная (на пределе упругости) потеря удерживающего эффекта от внутреннего трения на площадках микросдвигов под действием минимального главного напряжения и его постепенное усиление в процессе упрочнения, что является следствием явления дилатансии, т. е. увеличения объема в направлении минимального главного напряжения. Показано, что с континуальных позиций разворот сдвиговых площадок (структурных элементов) – это неизбежность, откладывающая момент разрушения, при отсутствии ротационной деформации будет происходить одномоментный срез образца. Именно этим объясняется близость пределов упругости и прочности для хрупких материалов. То есть намечен критерий разделения материалов на хрупкие и пластичные. Указывается на возможный механизм явления перехода от накопления объемных повреждений в процессе пластического деформирования к росту магистральной трещины (замирание деформационной активности) и соответствующее падение напряжений, которые могут быть объяснены с той позиции, что в момент прорастания (собственно разрушения) микротрещины сориентированы под одним углом, дальнейшее изменение их ориентировки (разворот) невозможно (рост упругого сопротивления) и в силу концентраций напряжений происходит их соединение по принципу анизотропной среды.

Ключевые слова: функция пластического потенциала, критерий пластичности и прочности, дилатансия, параметр иерархии, вариационный принцип, момент блоков, уравнение sin-Гордона.

Введение

Данная статья является продолжением и обобщением работ по вопросу исследования закономерностей дезинтеграции, пластического деформирования, разрушения горных пород (твердых тел) на основе представления твердого тела сплошной (континуальной) средой. Работа является попыткой объяснить некоторые эффекты и явления, не получившие окончательного обоснования, с континуальных позиций. В частности, кластеризацию энергии (мозаичность напряженно-деформированного состояния), механизм дилатансии и связанное с ним отсутствие критерия пластичности и прочности, иерархическое строение горных массивов, собственный момент (спин) при пластическом деформировании и разворот блоков дискретных сред при разрушении (потери устойчивости) и т. д.

Особо хочется отметить, что приведенные результаты являются сугубо аналитическими, единственным модельным допущением является континуальность среды. При этом полученные результаты сопоставляются с результатами экспериментальных данных.

В практике горного дела, а также других технических направлениях возникает задача по оценке устойчивости откосов сооружений (борта карьеров и откосы отвалов, железнодорожные и автодорожные насыпи, ограждающие гидротехнические сооружения и т. д.). Рассматривая откос горных пород как сплошную среду, автор разработал теорию их расчета для различных горно-геологических условий [1]. Полученный в ходе исследований механико-математический аппарат послужил фундаментальной основой для установления закономерностей дезинтеграции, пластического деформирования и разрушения твердых тел как сплошной среды.

Единый аналитический критерий сдвиговой пластичности и прочности твердых тел и горных пород

Итак, без достаточно обширных выводов, с которыми читатель может ознакомиться в работах [1–3], в рамках модели сплошной среды, обладающей внутренним трением φ и сцеплением *C*, аналитически получен, экспериментально проверен и подтвержден [4] единый критерий пластичности (на стадии упрочнения) и прочности горных пород (твердых тел) при сдвиге:

– в компонентах главных напряжений σ_1, σ_3:

$$\sigma_3 = \sigma_1 - 2C\sqrt{\left(1+\frac{\operatorname{tg}\varphi\,\sigma_1}{C}\right)\left(1+\frac{\operatorname{tg}\varphi\,k\,\sigma_3}{C}\right)}; \tag{1}$$

$$\tau = C\left(1+\sin\varphi\right)+\frac{1+k}{1-k}C\sin\varphi\ln\left|\frac{\left(1-k\right)\sigma_n+2\,k\,C\cos\varphi}{\left(1+k\right)C\cos\varphi}\right|, \tag{2}$$

* zhabkoav@mail.ru
http://orcid.org/0000-0002-3081-9522

определяющий:

при $k = 0$ – функцию пластического потенциала и начальную поверхность текучести (предел упругости) для горных пород с пластическим характером разрушения;

при $0 \leq k \leq 1$ – предел прочности горных пород и предел упругости для горных пород с хрупким характером разрушения ($k \approx 1 - \sin\varphi$);

при $k \to 1$ – теоретическую предельную поверхность или предел прочности при сдвиге (срезе), совпадающую с критерием Кулона (Coulomb, 1773).

И действительно, используя выражение (2), получим:

$$\lim_{k\to 1}\tau = \left[\frac{0}{0}\right] = C + \operatorname{tg}\varphi\,\sigma_n.$$

Предельные поверхности критериев (1), (2) представлены на рис. 1, 2.

Критерий (1) может быть преобразован также к виду:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = C + \operatorname{tg}\varphi\,\sigma_\tau, \tag{3}$$

где σ_τ – нормальное напряжение (абсцисса), соответствующее среднему геометрическому значению от касательных напряжений в точках с абсциссами $k\sigma_3$ и σ_1.

А если перейти к приведенным напряжениям: $\sigma'_j = \sigma_j + C\operatorname{ctg}\varphi$, то критерий (1) примет следующий простой вид:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2} = \tau_{\max} = \operatorname{tg}\varphi\sqrt{(k\sigma_3)'\cdot\sigma'_1} = \operatorname{tg}\varphi\cdot\sigma' \tag{4}$$

где σ' – среднее геометрическое значение приведенных напряжений.

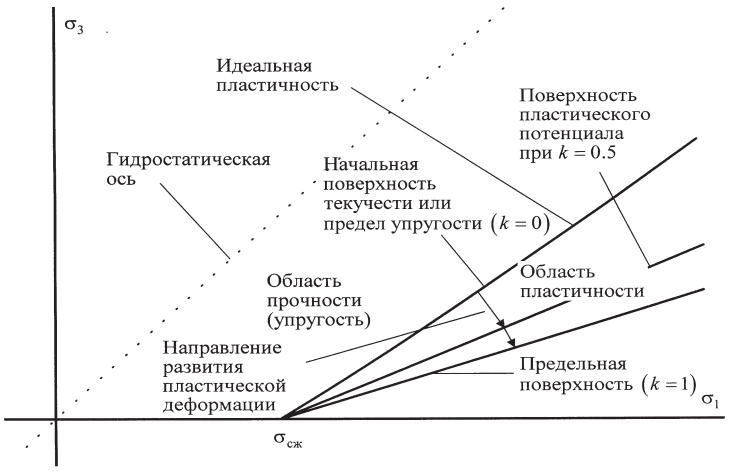

Рисунок 1. Поверхности пластического деформирования в координатной плоскости компонент главных напряжений.
Figure 1. Plastic deformation surfaces in the coordinate plane of the primary stress components.

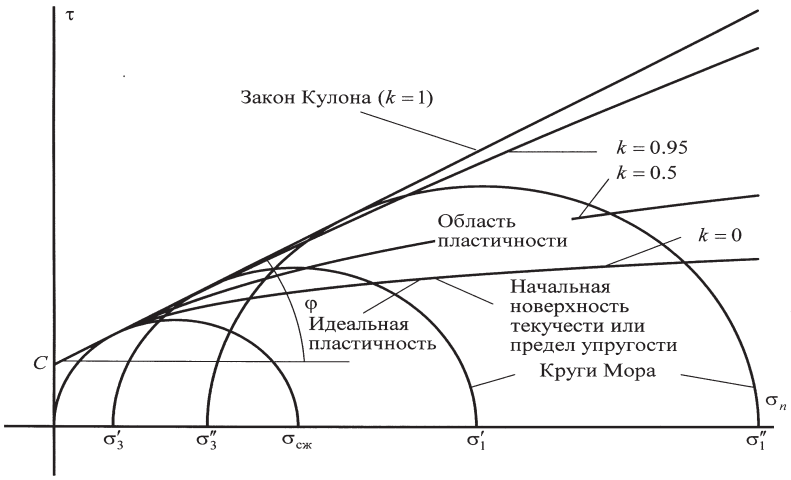

Рисунок 2. Поверхности пластического деформирования в координатной плоскости компонент напряжений на площадке среза.
Figure 2. Surfaces of plastic deformation in the coordinate plane of stress components at the shear area.

Отметим, что линейный критерий Кулона в приведенных напряжениях имеет вид:

$$\frac{\sigma_1-\sigma_3}{2}=\frac{\sigma_1'-\sigma_3'}{2}=\tau_{\max}=\sin\varphi\frac{\sigma_1'+\sigma_3'}{2} \quad (5)$$

Заметим, что зависимость, подобную (3), в качестве критерия прочности предлагал О. Мор, однако вместо среднего геометрического (пропорционального) нормального напряжения (3) рекомендовалась функция (в первом приближении линейная) от среднего арифметического главных напряжений. Сравнивая выражения (4) и (5), приходим к тому же выводу. Кроме того, зависимость (4) имеет явное сходство с законом сухого трения Амонтона.

Отметим для общности, что уравнение (2) является решением следующего дифференциального уравнения [2, 3]:

$$\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2}\right)-\sqrt{\frac{C+\dfrac{\sigma_1 d\tau}{d\sigma_n}}{C+\dfrac{k\sigma_3 d\tau}{d\sigma_n}}}=0$$

В критерии (1) и (2) входит так называемый параметр упрочнения k, нуждающийся в интерпретации. О физических предпосылках его введения более подробно речь пойдет далее, а на данном этапе поясним необходимость его привлечения с логических позиций.

Коэффициент упрочнения k вводится в расчетную схему посредством выражений:

$$\sigma_n=\sigma_1\cos^2\psi+k\sigma_3\sin^2\psi;\ \tau=0,5\left(\sigma_1-\sigma_3\right)\sin^2\psi, \quad (6)$$

где ψ – угол наклона площадки среза к минимальному главному напряжению σ_3.

Выражение (6) физически означает, что в процессе упрочнения минимальное главное напряжение не в полной мере передается на нормаль к площадке сдвига, что снижает эффект внутреннего трения (подобно поровому давлению). Таким образом, предлагается новый физический аспект протекания процесса пластического деформирования (упрочнения) горных пород при сдвиге: главным признаком пластической деформации на стадии упрочнения является частичная или полная (на пределе упругости) потеря удерживающего эффекта от внутреннего трения на площадках микросдвигов под действием минимального главного напряжения и его постепенное усиление в процессе упрочнения, что является следствием явления дилатансии, т. е. увеличения объема в направлении минимального главного напряжения.

Итак, для понимания смысла введенного коэффициента ответим на вопрос, чем отличается микросдвиг в процессе пластической деформации образца от сдвига частей этого же образца при окончательном разделении его на части (разрушении). И в первом и во втором случае происходит срез и выполняется предельное условие, например Кулона, при этом известно, что поверхность текучести (предел упругости) должна находиться внутри (ниже) предельной поверхности (рис. 2). Таким образом, приходим к противоречию: с одной стороны, поверхность текучести должна совпадать с предельной, а с другой, предел упругости всегда ниже предела прочности, но при одинаковых значениях сцепления и угла внутреннего трения это невозможно (условие специального предельного равновесия отсутствует). Единственной причиной данного несоответствия является различие в передачи нормального напряжения на площадке сдвига на пределе упругости и на пределе прочности. И действительно, согласно критерию Кулона, предельное касательное напряжение зависит только от сцепления, угла внутреннего трения и нормального напряжения. При постоянстве первых для разных масштабных (иерархических) уровней, что для континуальной среды следует считать аксиоматичным, различия в предельных значениях касательных напряжений объясняются только различием нормальных напряжений. Параметр упрочнения k в зависимости (6) призван учитывать данное несоответствие. Нормальное напряжение на площадке сдвига определяется величинами главных напряжений и углом ее наклона. Однако именно аномальность деформирования в направлении минимального главного напряжения (разность знаков напряжения и деформации) является причиной введения параметра упрочнения k в качестве множителя к минимальному главному напряжению (6). Кроме того, пределы изменения параметра упрочнения $0 \le k \le 1$ делают удобным его использование именно в качестве множителя, а не уменьшаемого к минимальному главному напряжению, как при учете порового давления.

В связи со сказанным необходимо указать еще на одно несоответствие в феноменологической науке по вопросам прочности твердых тел и, прежде всего, горных пород. Дело в том, что паспорта прочности, построенные способом косого (прямого) среза и с использованием кругов Мора, т. е. способом стабилометрических испытаний, сильно отличаются [5]. Паспорт на косой срез в плоскости σ_n, τ положе своего объемного аналога, т. е. расположен внутри паспорта объемных испытаний и оконтуривает меньшую область. Убедительных объяснений данному несоответствию до сегодняшнего дня не дано, тем не менее предпочтение отдается именно паспорту прочности, полученному стабилометрическими испытаниями с построением кругов Мора [5]. При испытаниях на косой (прямой) срез в эксперименте непосредственно измеряются компоненты напряжений σ_n, τ, по значениям которых непосредственно строится паспорт прочности. При стабилометрических испытаниях компоненты напряжений σ_n, τ непосредственно в эксперименте не измеряются. Парадокс заключается в том, что при стабилометрических испытаниях определяются предельные главные напряжения σ_1, σ_3, а паспорт строится в осях σ_n, τ. В связи с этим несоответствие данных паспортов прочности может быть объяснено только некорректным пересчетом предельных главных напряжений σ_1, σ_3 в систему координат σ_n, τ. Неточность заключается в том, что при пересчете используется уравнение (6) с параметром упрочнения, равным единице ($k = 1$), что эквивалентно построению огибающей (паспорта прочности) с использованием кругов Мора. В действительности экспериментальные данные показывают [4], что коэффициент упрочнения на пределе прочности, как правило, значительно меньше единицы ($k < 1$).

Физический смысл параметра упрочнения k кроется в процессе дилатансии, который и отличает связные, пластичные и хрупкие материалы при действии на них нагрузки. Именно дилатансией объясняется разупрочнение горных пород в пластической фазе. Согласно сегодняшним представлениям [6–12], дилатансия связана с образованием площадок микросдвигов и примыкающих к ним трещинам отрыва, параллельным максимальному главному сжимающему напряжению (назовем такой механизм дилатансии поступательным). Удаление берегов разрывных трещин, развитие микротрещиноватости внутри породы с соответствующим увеличением пустотного пространства и приводит, по мнению упомянутых авторов, к дилатансии, т. е. увеличению объема в направлении действия минимального главного напряжения (и общему увеличению объема) под действием приложенного девиаторного напряжения. Как отмечается в работе [12], большинство трещин, определяющих дилатансию, почти параллельны максимальному главному напряжению. Кроме того, энергетически выгоднее расти трещинам растяжения, при этом трещины отрыва генерируются трещинами сдвига [12]. Из последнего непонятно, что значит энергетически выгоднее, и каков механизм образования отрывных трещин под влиянием сдвиговых.

Поступательным характером протекания процесса дилатансии, т. е. скольжением по микротрещине, можно объяснить образование отрывных трещин позади сдвиговых, однако такой механизм протекания пластической деформации не объясняет многих других эффектов.

1. Частичная или полная потеря удерживающего эффекта от действия минимального главного напряжения. Возрастание этого эффекта, т. е. рост параметра k по мере упрочнения вплоть до предела прочности (параметр упрочнения k на пределе прочности всегда выше, чем на пределе упругости). То есть вообще неясно, за счет чего физически возрастает k, т. е. идет упрочнение.

2. Почему при достаточно однородном напряженном состоянии в образце не происходит прорастание микросдвигов до полного среза образца при увеличивающемся девиаторе напряжений во время упрочнения?

3. Отсутствие дилатансии при одноосном испытании и ее усиление (увеличение объемных изменений) при росте бокового обжатия (минимального главного напряжения) до некоторого предела и снижение до нуля (полное отсутствие дилатансии) при некотором предельном значении минимального напряжения [8].

По-видимому, существующее воззрение на механизм пластического деформирования нуждается в некотором дополнении или модификации.

Вопрос, по сути, эквивалентный первым двум, задает в своей статье П. В. Макаров [13]: как поврежденная среда может быть прочнее менее поврежденной при меньших неупругих деформациях?

И действительно, почему же не образуется мегатрещина в образце, ведь напряженное состояние является достаточным для этого, более того, оно непрерывно возрастает (увеличение девиатора напряжений). С классических позиций поступательного характера пластической деформации на этот вопрос вряд ли можно ответить. Попытаемся ответить на этот вопрос, оставаясь при этом в сугубо континуальных рамках, т. е. не прибегая к неоднородности, зернам, иерархии дезинтеграции и т. д. Пусть в какой-то момент времени начинается пластическая деформация образца горной породы или твердого тела, проявляющаяся в возникновении микросдвиговых площадок под определенным углом, соответствующим конкретному уровню и характеру напряженного состояния. Повышение девиатора напряжений при постоянстве прочих других параметров должно привести к прорастанию микросдвиговых площадок вплоть до полного среза образца (разделения на две части), однако этого не происходит, а образец продолжает накапливать в своем объеме микросдвиги. Объяснить это явление можно только переориентировкой или изменением угла наклона сдвиговых площадок. То есть механизм разворота площадок среза препятствует развитию магистральной трещины в образце. Но такая переориентировка должна приводить к разрыхлению внутри образца, последствия этого разрыхления и принято называть дилатансией. Отсюда становится понятным и механизм увеличения параметра упрочнения k, он обусловлен как раз дилатансией, т. е. расклиниванием – внутренними источниками повышения сдвиговой прочности. Таким образом, вращение сдвиговых площадок (структурных блоков) и явление дилатансии – это неизбежность, необходимая для сохранения сплошности всей механической системы (образца). То есть система перед разрушением стремится использовать все имеющиеся ресурсы для предотвращения этого.

По-видимому, описанный механизм пластического деформирования присущ материалам пластического разрушения. Для материалов хрупкого разрушения, для которых предел упругости практически совпадает с пределом прочности, зародившаяся микротрещина с увеличением девиатора напряжений быстро прорастает.

В работах [2, 3] показано, что наклон площадки среза (микросдвига) к минимальному главному напряжению на различных стадиях упрочнения определяется по формуле:

$$\mathrm{tg}\psi = \sqrt{\frac{1+\dfrac{\mathrm{tg}\varphi\,\sigma_1}{C}}{1+\dfrac{\mathrm{tg}\varphi k\,\sigma_3}{C}}} \tag{7}$$

Максимальное значение угол принимает при $k = 0$, что для некоторых горных пород соответствует началу пластического упрочнения (предел упругости), а минимальное при $k = 1$ и составляет значение $\pi/4 + \varphi/2$.

Воспользовавшись уравнением (1), угол наклона площадки сдвига (7) выразим через параметры паспорта прочности и компоненты главных напряжений:

$$\mathrm{tg}\,\psi = \frac{2\left(C + \mathrm{tg}\,\varphi\,\sigma_1\right)}{\sigma_1 - \sigma_3} \quad \text{или} \quad \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \mathrm{ctg}\,\psi\left(C + \mathrm{tg}\,\varphi\,\sigma_1\right). \tag{8}$$

Уравнение (8) фактически представляет собой критерий пластичности и прочности, выраженный через наклон сдвиговой площадки к минимальному главному напряжению.

Таким образом, для выполнения условия предельного равновесия на образованных и вновь образуемых в процессе пластического упрочнения сдвиговых площадках необходимо, чтобы угол ψ в процессе упрочнения уменьшался. Если по какой-либо причине этого не происходит, произойдет срез всего образца, по-видимому, под достаточно крутым углом. Таким образом, мы пришли к важнейшему выводу, что физической основой упрочнения или его механизмом является разворот сдвиговых площадок, что и позволяет повышать предел прочности (предельное максимальное главное напряжение). Уменьшение угла наклона вновь появляющихся сдвиговых площадок относительно начальных также объясняется упрочнением, т. е. увеличением нормального напряжения на сдвиговой площадке. Поступательным характером дилатансии явление упрочнения объяснить невозможно.

В таком случае потерю удерживающего эффекта минимальным главным напряжением на начальной стадии пластического деформирования можно объяснить формированием, вследствие разворота сдвиговых площадок, структурных элементов (рис. 3). То есть окаймляющие микросдвиговую площадку отрывные трещины не позволяют минимальному главному напряжению увеличить нормальное напряжение на площадке среза.

Теперь попытаемся разобраться, какую роль в процессе дилатансии играет минимальное главное напряжение. Увеличение минимального напряжения от опыта к опыту приводит к более крутым углам наклона микротрещин на пределе упругости, что можно легко проверить, используя формулу (8). Это, в свою очередь, означает больший угол разворота площадок, а значит больший прирост объемных деформаций. Однако очевидно это имеет свой предел. После некоторого порогового значения минимального главного напряжения разворот блоков в процессе упрочнения ограничивается, вплоть до полного запрета. В этом случае материал разрушается как пластическая среда. Для проверки данной гипотезы по формуле (8) были рассчитаны углы ψ на пределе упругости и прочности для горных пород при различных соотношениях σ_3/σ_1 с использованием данных монографии [6]. Анализ полученных результатов (в силу громоздкости в данной работе не приводятся) позволяет сделать следующие важные выводы:

1) практически для всех представленных типов горных пород точки экстремума для углов разворота и относительных объемных деформаций совпадают, т. е. максимальные значения разворотов площадок и максимальные значения объемных изменений имеют место при одинаковых значениях σ_3/σ_1;

2) для каждого типа горных пород рост угла поворота площадок от опыта к опыту ведет к увеличению объемных изменений;

3) для горных пород с модулем упругости (определен при одноосном испытании) $E \approx 60 \times 10^9$ Па и более углы разворота, как правило, не превышают $\Delta\psi \approx 1^\circ$, достигая при этом для менее жестких материалов, например, для цемента, величины $\Delta\psi \approx 4^\circ$.

Приведенные выводы, хоть и косвенно, но подтверждают высказанное ранее предположение.

Таким образом, в процессе пластического упрочнения непрерывно образуются площадки микросдвигов, которые синхронно меняют свою ориентировку по отношению к направлению главных напряжений. То есть на момент достижения предела прочности все площадки сориентированы к главным напряжениям примерно под одним углом. Прорастание генерального разлома или объединение микросдвиговых трещин происходит за пределом прочности тогда, когда энергии в образце и концентрация трещин достаточны для их укрупнения. Другими словами, возможный механизм явления перехода от накопления объемных повреждений в процессе пластического деформирования к росту магистральной трещины (замирание деформационной активности) и соответствующее падение напряжений могут быть объяснены с той позиции, что в момент прорастания (собственно разрушения) микротрещины сориентированы под одним углом, дальнейшее изменение (разворот) их невозможен (рост упругого сопротивления) и в силу концентраций напряжений происходит их соединение по принципу анизотропной среды и сброс накопившейся в объемах упругой энергии. Если по какой-либо причине развития генерального разлома не образуется (недостаточная концентрация микротрещин), в окрестности микродефектов будет продолжать накапливаться упругая энергия, что, по-видимому, может привести к динамическому разрушению.

Уравнения (7) и (8) определяет кинематические характеристики разворота сдвиговых площадок (угол разворота). Однако остается непонятной динамика разворота блоков, а именно природа момента сил, вызывающего данный разворот.

О природе и величине собственного момента блоков (сдвиговых площадок) при пластическом деформировании континуума

Красной нитью в вопросах пластического деформирования и прочности [13–16], геотектоники, сейсмологии, геофизики, геомеханики [17–23] и др. прослеживается тезис о вихревом протекании процессов пластического деформирования и разрушения материалов и горных пород, ротационном характере движения тектонических плит, волновом характере перераспределения напряжений в массиве, волнах крутильной поляризации, нелинейных волнах маятникового типа, распространении и перераспределении энергии деформационного процесса в виде медленных деформационных или тектонических волн и движений и т. д. Другими словами, процесс деструкции, перераспределения напряжений и волновые процессы протекают в виде трансляционного смещения структурных элементов и их разворота, т. е. по схеме сдвиг + поворот [13–23].

Главной проблемой при создании моделей деформирования блочной среды является отсутствие физической интерпретации появления собственного момента силы геоблоков (спина). Согласно исследованиям А. В. Викулина [17, 18] по геотектонике, момент силы связан с вращением Земли. Исследователями [19, 20] данный момент вводится посредством привлечения несимметричного тензора напряжений (механика Коссера). Впрочем, такой подход достаточно категорично критикуется в работе [17], указывается на бездоказанность использования несимметричного тензора в рамках теории упругости, на отсутствие физического смысла моментной теории упругости с термодинамической позиции, а также на неуравновешенность кинетического момента всего тела и т. д. В работе [14] указывается, что на сегодняшний день, ввиду отсутствия данных о природе собственного момента блоков, чисто феноменологически его можно рассматривать как произведение касательного напряжения на длину площадки сдвига.

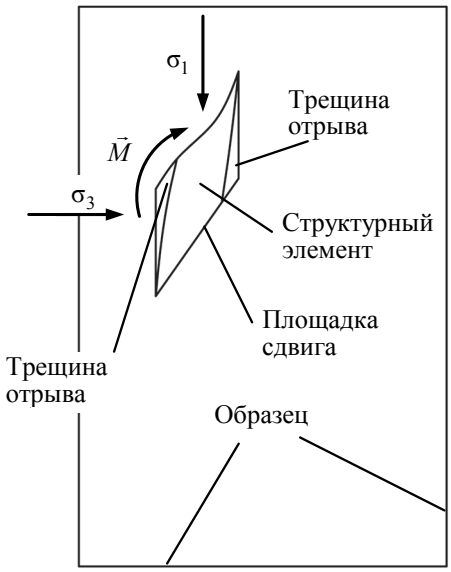

Рисунок 3. Модель пластического деформирования образца.
Figure 3. Model of plastic deformation of the sample.

И действительно, пока среда находится в упругой стадии деформирования, в каждой ее точке выполняется закон парности касательных напряжений, при выполнении которого уравновешиваются моменты сил, однако при появлении площадок микросдвигов (относительном перемещении частей тела) реакции перераспределяются так, чтобы более эффективно препятствовать разрушению, что приводит к нарушению закона парности касательных напряжений и возникновению активного момента сил. Это соответственно приводит к переориентировке осей главных напряжений в окрестности площадки сдвига. Такое перераспределение связано с появлением трения по берегам трещины.

В рамках проведенных исследований по созданию теории устойчивости откосов как континуальной среды по методу предельного равновесия [1] автором было доказано, что на стадии пластического деформирования материалов, т. е. при сдвиге по трещине (микротрещине), общая упругая реакция должна быть направлена так, как показано на рис. 4, а ее модуль определяется по формуле:

$$R = \left(\tau - \operatorname{tg}\varphi\,\sigma_n - C\right) l \cos\varphi, \tag{9}$$

где l – длина площадки среза.

Отметим, что при таком направлении действия реакция совершает минимальную работу при перемещении частей тела [1]. Другими словами, минимизируется работа упругой реакции при пластическом деформировании.

Согласно рис. 4 и зависимости (9), в точке возникает активный момент силы, равный:

$$M = \left(\tau - \operatorname{tg}\varphi\,\sigma_n - C\right) l \cos\varphi\, r \sin\left(\vartheta - \varphi\right), \tag{10}$$

где r – радиус (средний полуразмер) блока; ϑ – угол наклона площадки к оси, совпадающей с направлением действия минимального главного напряжения, в начальный момент зарождения сдвиговой площадки.

Деформационные волны и волны напряжений в горных породах и массивах

В последние годы все большее применение в различных областях науки находит так называемое уравнение sin-Гордона, или более общее уравнение Клейна–Гордона [18–21]. Его использование в сейсмологии и геомеханике объясняется тем, что оно имеет решения в виде кинков, бризеров, уединенных волн (солитонов), быстрых и медленных кно-

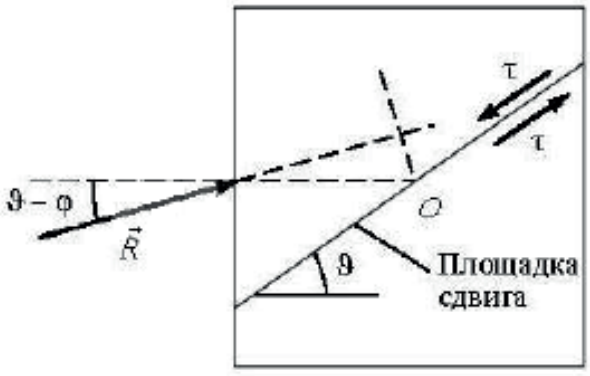

Рисунок 4. Модель пластического деформирования образца.
Figure 4. Model of plastic deformation of the sample.

идальных волн, и каждому из них соответствует свой ход эволюции системы блоков и разломов. Кроме того, солитон sin-Гордона может останавливаться без изменения своей топологии и вновь приходить в движение. Но самое главное существование такого рода волн в горном массиве, описываемых уравнением sin-Гордона, подтверждается экспериментальными геофизическими исследованиями [21].

Будем рассматривать образец горной породы как среду, на макроуровне в которой происходит пластическое течение (межблоковые подвижки), а на микроуровне (в структурном элементе) сохраняется упругая связь, т. е. линейная связь между моментом силы и кривизной граней блоков [20]. Покажем, как получить уравнение, описывающее динамическое поведение такой среды. Исходя из теоремы об изменении кинетического момента

$$I\frac{\partial^2\vartheta}{\partial t^2}=\left(\tau-\operatorname{tg}\varphi\,\sigma_n-C\right)l\cos\varphi\, r\sin\left(\vartheta-\varphi\right)-M_x-M_y, \tag{11}$$

где I – момент инерции структурного элемента; M_x, M_y – моменты упругого сопротивления.

Моменты упругого сопротивления определяются из соотношений:

$$M_x=EJ\frac{\partial}{\partial x}\Delta\vartheta_x;\Delta\vartheta_x=\frac{\partial\vartheta}{\partial x}dx\approx a\frac{\partial\vartheta}{\partial x};M_x=A\frac{\partial^2\vartheta}{\partial x^2};M_y=B\frac{\partial^2\vartheta}{\partial y^2}, \tag{12}$$

где EJ – жесткость среды; A, B – упруго-геометрические постоянные; a – размер элемента вдоль оси x.

Таким образом, уравнение (11) с учетом зависимостей (12) будет иметь вид:

$$I\frac{\partial^2\vartheta}{\partial t^2}+A\frac{\partial^2\vartheta}{\partial x^2}+B\frac{\partial^2\vartheta}{\partial y^2}=\left(\tau-\operatorname{tg}\varphi\,\sigma_n-C\right)l\cos\varphi\, r\sin\left(\vartheta-\varphi\right). \tag{13}$$

Уравнение (13) представляет собой уравнение sin-Гордона и имеет ряд решений, содержащих в том числе медленные волны.

Аналогично можно получить уравнения, определяющие поступательное смещение среды вдоль площадок микросдвигов, для этого необходимо использовать второй закон Ньютона.

Вариационный принцип сдвиговой дезинтеграции твердых тел

Как известно, в различных отраслях знаний (естественные, технические, гуманитарные науки) существуют наиболее общие законы, определяющие поведение систем без детального их рассмотрения. При этом некоторая величина (функционал), как правило, определяющая работу или энергию, стремится к экстремуму. Такие общие принципы называются вариационными. Имеются такие принципы и в механике разрушения, они определяют траекторию или геометрию поверхностей дезинтеграции. Авторами [24, 25] поверхности дезинтеграции рассматриваются как геодезические линии на поверхности тела. Кроме того, сделано предположение, что элемент длины трещины определяется произведением линейного элемента поверхности на некоторую функцию, зависящую от напряженного состояния. На основе данного подхода было решено несколько частных задач по нахождению форм поверхностей дезинтеграции. В частности, для равномерно растянутого плоского тела, авторы [24, 25] в качестве поверхностей дезинтеграции предлагают совокупность правильных шестигранников. Интуитивно авторами утверждается, что поверхности дезинтеграции имеют наименьшую длину и охватывают наибольшую площадь разрушения, однако из частных примеров доказать это не представляется возможным. С другой стороны, авторами априори поверхность дезинтеграции рассматривается как геодезическая линия, поэтому минимальность длины поверхности дезинтеграции была заведомо обеспечена. Кроме того, решаемая вариационная задача (функционал) не учитывала свойств разрушаемого материала (только напряженное состояние), что для сдвигового характера разрушения крайне важно.

В работах [2, 3] аналитически получен вариационный принцип, определяющий функцию поверхности (траекторию) разрушения. Форма поверхностей сдвиговой дезинтеграции в твердых телах (горных породах) определяется максимальной работой внешних ΣV и объемных $\Sigma(W-U)$ сил на относительном перемещении частей тела при срезе, при этом минимизируется энергия, затрачиваемая на создание данных поверхностей $\Sigma 2\eta$:

$$\frac{\int\limits_N V\left(x,y,y'\right)dn+\int\limits_S\left[W\left(x,y,y'\right)-U\left(x,y,y'\right)\right]dS}{\int\limits_L 2\eta\left(x,y,y'\right)dl}\to\max, \tag{14}$$

где $A=W-U$ – удельная работа объемных сдвигающих W и удерживающих U сил на возможном перемещении системы при сдвиговой дезинтеграции (сдвиговый потенциал отсека); V – удельная работа поверхностных сил; 2η – удельная поверхностная энергия разрушения единицы длины трещины при срезе; dn – элемент нагруженной поверхности тела.

Данный принцип аналогичен принципу минимума диссипации энергии современной концепции естествознания [26]: если возможно множество сценариев протекания процесса, согласных с законами сохранения и связями, наложенными на систему, то в реальности процесс протекает по сценарию, которому отвечает минимальное рассеяние энергии, т. е. минимальный прирост энтропии.

То есть если процесс дезинтеграции (диссипации энергии) неизбежен, то он будет протекать с минимальным рассеянием энергии. Другим требованием вариационного принципа (14) является оконтуривание, по возможности, большей упругой энергии.

Из принципа (14) следуют достаточно важные выводы. Если внешняя нагрузка постоянна, а объемные силы отсутствуют или ими можно пренебречь, то в однородной среде поверхностями дезинтеграции будут являться плоскости (рис.

5, а). Примером является дезинтеграция образца горной породы под нагрузкой (рис. 5, б), массива горных пород под действием тектонических напряжений. Отметим, что данный результат совпадает со статикой сыпучей среды, где первое и второе семейства характеристик при отсутствии собственного веса вырождаются в изогональные системы прямых.

Рассмотрим случай, когда A и η постоянны, а внешняя нагрузка отсутствует. В этом случае решением вариационного уравнения (14) при отсутствии дополнительных условий для объемной задачи является сфера, а в плоском случае – окружность. Данный результат следует из так называемой изопериметрической задачи (задача Дидоны) и закона ее взаимности. То есть при фиксированной длине максимальную площадь оконтуривает окружность и, наоборот, при заданной площади окружность имеет минимальный периметр.

Длительное время при расчете устойчивости откосов используется поверхность скольжения в виде дуги окружности (рис. 5, в). В действительности ее отдельные части очень близки по форме к дугам окружностей [1].

Аналогично происходит формирование кольцеобразных перенапряженных зон вокруг подземных горных выработок – явление зональной дезинтеграции (рис. 5, г), где отдельные сдвиговые трещины своей совокупностью (ломаная линия, включающая сдвиговые и отрывные трещины) в зонах дезинтеграции оконтуривают повышенный потенциал (наблюдается дискование керна), минимизируя длину зон дезинтеграции.

Таким образом, поверхностями дезинтеграции минимизируются площади (объемы) с пониженным потенциалом (пластические) и увеличиваются площади с повышенным потенциалом (перенапряженные, упругие, энергоемкие области), при этом минимизируется энергия, затрачиваемая на создание поверхностей дезинтеграции (их длина).

В работе [27] приводится следующий пример: если на смесь двух различных газов наложить градиент температуры, то один из газов концентрируется вблизи горячей стенки, а второй – вблизи холодной. В результате такой кластеризации энтропия смеси становится ниже, чем в том случае, когда смесь была бы однородной. По-видимому, кластеризация энергии в твердых телах поверхностями дезинтеграции по степени энергонасыщения имеет подобную природу.

Примечательно, что для сыпучих горных пород ($\varphi = 0$) процесс дезинтеграции будет продиктован экстремумом числителя выражений (14), который выражает не что иное как вариационный принцип Лагранжа (принцип минимума для смещений).

Используя зависимость (14), а также результаты работы [1] аналитически доказываем, что радиус кривизны поверхности сдвиговой дезинтеграции пропорционален разности главных напряжений (радиусу круга Мора) и обратно пропорционален объемной силе поля (объемному весу), которая создает данные предельные напряжения:

$$|R| = \frac{\left[1+\mathrm{tg}^2\psi\right]^{3/2}}{\mathrm{tg}\,\varphi\,\mathrm{tg}\,\psi}\,\frac{\sigma_1-\sigma_3}{\gamma}, \tag{15}$$

где ψ – угол наклона площадки среза к минимальному главному напряжению, который в первом приближении можно принять равным $\pi/4 + \varphi/2$.

Таким образом, кривизна поверхности дезинтеграции является индикатором вида напряженного состояния и его изменения в теле. Из выражения (15) следует, что постоянная кривизна (радиус) означает постоянную разность главных напряжений или одноосное напряженное состояние в каждой точке. Для идеально связных пород и материалов поверхностью дезинтеграции является плоскость. Из зависимости (15) также следует, что чем прочнее материал, тем кривизна

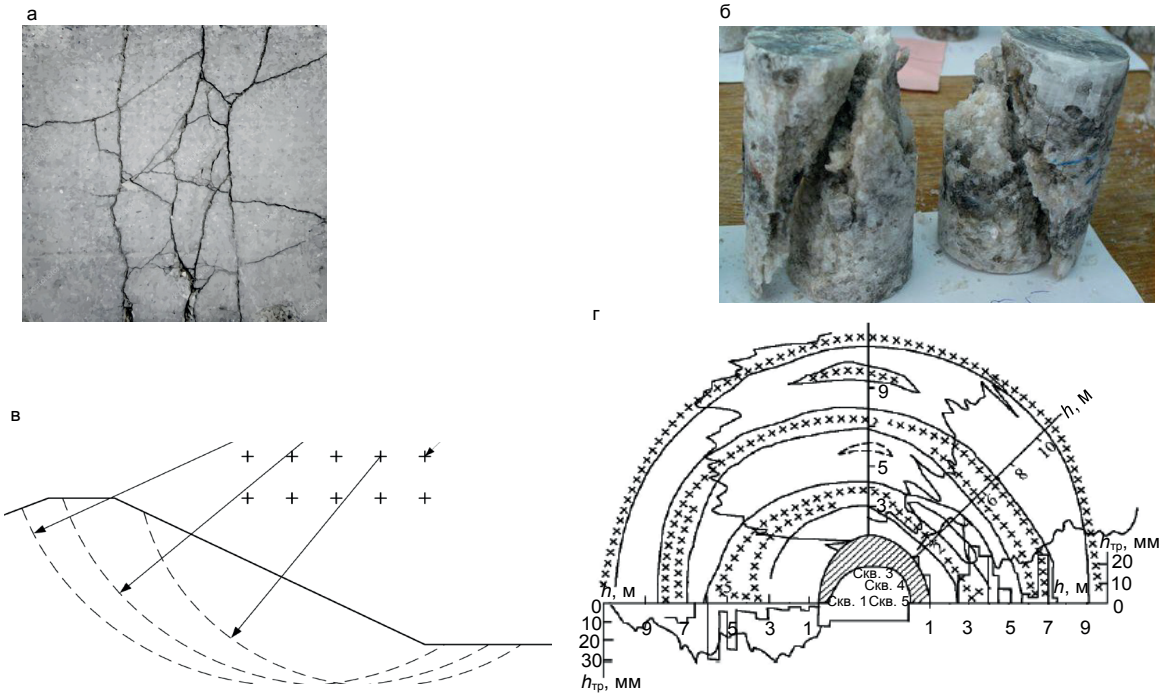

Рисунок 5. Примеры дезинтеграции. а – дезинтеграция твердого тела плоскостями; б – разрушение образцов горной породы; в – круглоцилиндрическая поверхность скольжения; г – зональная дезинтеграция.

Figure 5. Examples of disintegration. а – disintegration of a solid by planes; б – destruction of rock samples; в – a cylindrical sliding surface; г – zonal disintegration.

поверхности сдвиговой дезинтеграции меньше.

Параметр иерархии при дезинтеграции горных массивов или критерий роста трещины

Многочисленными исследованиями доказывается, что существует некоторая фундаментальная константа, в строгом согласии с которой происходит дезинтеграция, разрушение (дробление) горных пород и других материалов [28]. Считается, что именно закономерность при дезинтеграции является причиной иерархического строения горного массива. Данная константа определяет критерий роста трещины, т. е. формирование следующего иерархического уровня структуры массива. То есть для формирования или прорастания трещины длиной, соответствующей $i + 1$-му уровню иерархии, необходим поперечный размер области, в λ раз превышающий размер $i + 1$-го уровня, который в свою очередь включает λ размеров структур i-го порядка иерархии. Другими словами, межтрещинное расстояние, необходимое для создания трещин заданной длины, будет являться линейным размером следующего иерархического уровня (то есть если трещина укрупнилась в три раза, для этого ей было необходимо количество энергии, заключенной примерно в девяти поперечных блоках, а их соотношение и характеризует постоянную иерархии: 3/1 и 9/3).

Сразу оговоримся, что иерархическое строение массива наблюдается не повсеместно. Ярким примером отсутствия всяческой иерархии является сланцеватость, т. е. поверхности дезинтеграции присутствуют, а вложений блоков не наблюдается. Условием для возникновения вложений является дезинтеграция горных массивов под воздействием накопленной и распределенной в нем энергии, т. е. без притока дополнительной энергии – замкнутая система.

Таким образом, одним из фундаментальных свойств горного массива является его блочно-иерархическое строение (рис. 6). По-видимому, на это свойство горного массива одним из первых обратил внимание М. А. Садовский (1989), отметив при этом, что отношения размеров соседних уровней иерархии дают приблизительно одно и то же число (иерархическая постоянная дезинтеграции), равное 3,5 [29].

Согласно исследованиям [30], существует некоторая пороговая концентрация начальных трещин или дефектов, ниже которой трещины ведут себя независимым образом, а выше – появляются коллективные дефекты, т. е. появление ансамблей (или кластеров) дефектов, в которых трещины могут сливаться (укрупняться). Исследования по физике твердого тела (С. Н. Журкова, проф. В. С. Куксенко и др., 1977), показывают, что концентрационный критерий укрупнения трещин $e \approx 3$.

Коэффициент линейного вложения блоков, по данным М. В. Курлени и В. Н. Опарина (1992–1994), в рамках геомеханических исследований оценивается значениями 2–5 [31].

Несмотря на то что данные величины получены в различных отраслях знаний и при исследовании различных материалов, по мнению автора, данные константы имеют одну природу, обусловливаемую закономерностью дезинтеграции твердых тел. К таким же выводам приходит П. В. Макаров в своей обобщающей работе [28].

Однако данные значения определены эмпирически и не имеют теоретической основы, а самое главное, физической интерпретации.

Исходя из сказанного, для определения критерия роста трещины на следующий иерархический уровень или определения постоянной иерархии необходимо определить относительный размер области, необходимой для накопления достаточной энергии при создании трещины заданной длины.

Если предположить, что вся накопленная в некоторой области твердого тела энергия полностью и без дополнительных притоков будет расходоваться на создание новых поверхностей разрушения (свободное разрушение, по Е. И. Шемякину [32]), то, согласно закону сохранения энергии ($2\eta l = AS$), отношение $2\eta/A = AS/l$ в вариационном принципе (14) будет характеризовать линейный отрезок области, перпендикулярный вновь образованной сдвиговой трещине, достаточный для ее создания. Таким образом, искомый размер, для плоского случая определится зависимостью [4]:

$$L = \frac{2\rho\eta}{A} = \frac{2\rho\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\psi}}{\mathrm{tg}\,\psi - \mathrm{tg}\,\varphi}, \tag{16}$$

где ψ – угол наклона площадки среза к минимальному главному напряжению; $\rho \equiv l$ – некоторая постоянная для однородного массива величина.

Подставим в уравнение (16) приближенно значение $\psi = \pi/4 + \varphi/2$ и получим

$$L = 4\rho \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right). \tag{17}$$

Очевидно, что величина ρ в формуле (17) представляет собой критический размер образовывающейся структуры, зависящий от абсолютного значения подводимой упругой энергии. Таким образом, коэффициент вложения блоков (отношение размеров блоков соседних уровней иерархии) или фундаментальный параметр иерархии при сдвиговой деструкции определится зависимостью:

$$\lambda = \frac{L}{\rho} = 4\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right). \tag{18}$$

Перейдем к анализу выражения (18). Учитывая пределы изменения угла внутреннего трения, будем иметь:

$$\lambda = 2{,}828_{\varphi=0} \ldots 3{,}696_{\varphi=\pi/4}. \tag{19}$$

Другими словами, образование трещин будет возможно только тогда, когда отношение расстояний между ними к их длине будет являться некоторой константой, продиктованной законом сохранения энергии. Данный размер межтрещинного участка необходим для накопления в нем достаточной энергии для создания плоскости дезинтеграции

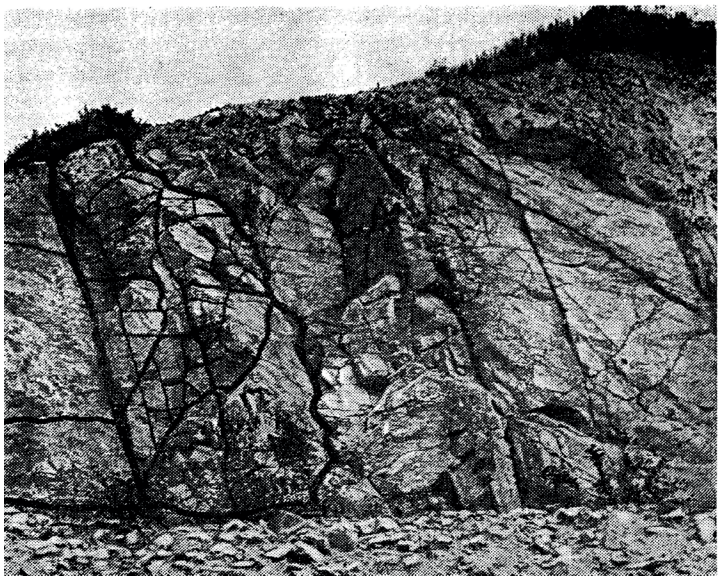

Рисунок 6. Блочно-иерархическое строение горного массива.
Figure 6. Block hierarchical structure of the massif.

заданного размера. Если размер больше, то и трещина будет длиннее, т. е. соотношения (18) и (19) будут выполняться, конечно, в случае отсутствия рассеяния и притока энергии.

Для осредненного значения отношений размеров блоков соседних рангов, равного 3,5 по М. А. Садовскому, исходя из уравнения (18) имеем $\varphi \approx 32^{o}$, что достаточно точно соответствует скальному массиву.

Анализ полученных результатов наводит на мысль о том, что масштабный фактор зональной дезинтеграции α [31] должен каким-то образом быть связан с параметром иерархии λ при деструкции горных массивов, да и вообще иметь физический смысл. На взгляд автора, упомянутая связь выражается зависимостью [2–4]:

$$\alpha = \frac{\lambda}{2} = 2\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right). \tag{20}$$

У параметра иерархии (18) появляется вполне явное и логическое толкование. Чем больше угол внутреннего трения, тем больше энергии тратится на создание новых поверхностей (структур) данных размеров, а значит, межтрещинное расстояние также возрастает. Таким образом, физический смысл критерия (18) – показатель диссипации энергии при создании поверхностей дезинтеграции. В средах, где диссипация энергии за счет внутреннего трения отсутствует, т. е. $\varphi = 0$, $\lambda = 2\sqrt{2}$ что равно удвоенному значению масштабного фактора дезинтеграции α, по В. Н. Опарину [31].

В работе [13] автором эмпирически для углей обоснован универсальный принцип делимости, или закон роста масштабов деструкции:

$$L_{n+1} / L_n \approx 1,618 \approx \Phi; L_{n+1} / L_{n-1} \approx 2,618 \approx \Phi^2,$$

где Ф – число золотой пропорции.

Примечательно, что среднее значение масштабного фактора дезинтеграции, согласно зависимостям (19) и (20) [4]:

$$\alpha_{ср} = 1,631 \approx 1,618 = \Phi. \tag{21}$$

Равенство (21) выполняется с точностью менее 1%. Примем теперь для углей среднее справочное значение $\varphi = 20^{o}$, тогда согласно (20) $\alpha = 1,638 \approx 1,618 = \Phi$, которое также выполняется с точностью около 1 %.

Таким образом, аналитически получен масштабный фактор дезинтеграции, обоснована его зависимость от угла внутреннего трения как параметра диссипации энергии при разрушении, т. е. дана его физическая интерпретация.

Заключение

Методы континуальной механики расчета напряженно-деформированного состояния и механики разрушения твердых тел в геомеханике в большинстве своем достаточно длительное время сводятся к банальным линейным системам механики сплошной среды и тривиальным линейным феноменологическим критериям прочности. В связи с этим в науке о разрушении материалов укоренилось мнение о невозможности континуальной механики объяснить многообразие нелинейных процессов, наблюдаемых при деструкции материалов. И это в известной степени так хотя бы только потому, что в рамках одной модели в принципе невозможно выявить все закономерности явлений, происходящие в сложных динамических нелинейных системах. Однако более глубокий континуальный анализ позволил аналитически выявить нелинейные свойства среды в процессе пластического деформирования, которые достаточно хорошо согласуются с результатами экспериментов и наблюдаемыми явлениями. По мнению автора, полученные результаты могут быть полезны для дальнейшей интеграции континуальных и микроскопических представлений (мезоуровень) об эволюции сложных нелинейных динамических систем при протекании необратимых процессов, а также создания общей теории таких систем.

ЛИТЕРАТУРА

1. Жабко А. В. Аналитическая геомеханика. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2016. 224 с.
2. Жабко А. В. Законы пластического деформирования и деструкции твердых тел // Изв. УГГУ. 2017. № 2 (46). С. 82–87.
3. Жабко А. В. Прочность континуума (твердых тел) // Изв. вузов. Горный журнал. 2017. № 4. С. 47–55.
4. Жабко А. В. Теоретические и экспериментальные аспекты пластического деформирования и разрушения горных пород // Изв. УГГУ. 2018. № 1 (49). С. 68–79.
5. Карташов Ю. М., Матвеев Б. В., Михеев Г. В. и др. Прочность и деформируемость горных пород. М.: Недра, 1979. 269 с.
6. Ставрогин А. Н., Протосеня А. Г. Пластичность горных пород. М.: Недра, 1979. 301 с.
7. Ставрогин А. Н., Тарасов Б. Г., Ширкес О. А., Певзнер Е. Д. Прочность и деформация горных пород в допредельной и запредельной областях // ФТПРПИ. 1981. № 6. С. 3–11.
8. Ставрогин А. Н., Протосеня А. Г. Прочность горных пород и устойчивость выработок на больших глубинах. М.: Недра, 1985. 271 с.
9. Ставрогин А. Н., Тарасов Б. Г. Экспериментальная физика и механика горных пород. СПб.: Наука, 2001. 343 с.
10. Куксенко В. С., Гузев М. А., Макаров В. В. и др. Концепция сильного сжатия горных пород и массивов // Вестник ДВГТУ. 2011. № 3/4 (8/9). С. 14–58.
11. Одинцев В. Н. Отрывное разрушение массива скальных горных пород. М.: ИПКОН РАН, 1996. 166 с.
12. Кочарян Г. Г. Деформационные процессы в массивах горных пород. М.: МФТИ, 2009. 378 с.
13. Макаров П. В. Самоорганизованная критичность деформационных процессов и перспективы прогноза разрушения // Физическая мезомеханика. 2010. № 13 (5). С. 97–112.
14. Макаров П. В. Подход физической мезомеханики к моделированию процессов деформации и разрушения // Физическая мезомеханика. 1998. № 1. С. 61–81.
15. Панин В. Е., Егорушкин В. Е. Основы физической мезомеханики пластической деформации и разрушения твердых тел как нелинейных иерархически организованных систем // Физическая мезомеханика. 2015. № 18 (5). С. 100–113.
16. Панин В. Е., Гриняев Ю. В., Псахье С. Г. Физическая мезомеханика: достижения за два десятилетия развития, проблемы и перспективы // Физическая мезомеханика. 2004. № 7. Спец. вып. Ч. I. С. I-25–I-40.
17. Викулин А. В., Иванчин А. Г. О современной концепции блочно-иерархичесого строения геосреды и некоторых ее следствиях в области наук о Земле // ФТПРПИ. 2013. № 3. С. 67–84.
18. Викулин А. В., Махмудов Х. Ф., Иванчин А. Г. и др. О волновых и реидных свойствах земной коры // Физика твердого тела. 2016. Т. 58, вып. 3. С. 547–557.
19. Гарагаш И. А. Уединенные тектонические волны в верхней мантии // Тектонофизика и актуальные вопросы наук о Земле: Четвертая тектонофиз. конф. ИФЗ РАН. 2016. С. 456–460.
20. Гарагаш И. А., Николаевский В. Н. Механика Коссера для наук о Земле // Вычислительная механика сплошных сред. 2009. Т. 2, № 4. С. 44–66.
21. Быков В. Г. Нелинейные волны и солитоны в моделях разломно-блоковых геологических сред // Геология и геофизика. 2015. Т. 56, № 5. С. 1008–1024.
22. Курленя М. В., Опарин В. Н. Проблемы нелинейной геомеханики // ФТПРПИ. 1999. Ч. I. № 3. С. 12–26.
23. Курленя М. В., Опарин В. Н. Проблемы нелинейной геомеханики // ФТПРПИ. 2000. Ч. II. № 4. С. 3–26.
24. Морозов Е. М., Фридман Я. Б. Траектории трещин хрупкого разрушения как геодезические линии на поверхности тела // ДАН СССР. 1961. Т. 139, № 1. С. 87–90.
25. Левин В. А., Морозов Е. М., Матвиенко Ю. Г. Избранные нелинейные задачи механики разрушения. М.: Физматлит, 2004. 408 с.
26. Тихонов А. И. Концепция современного естествознания. Иваново: Изд-во ИГЭУ, 2002. 68 с.
27. Николс Г., Пригожин И. Самоорганизация в неравновесных системах: от диссипативных структур к упорядоченности через флуктуации / пер. с англ. В. Ф. Пастушенко; под ред. Ю. А. Чизмаджева. М.: Мир, 1979. 512 с.
28. Макаров П. В. Об иерархической природе деформации и разрушения твердых тел и сред // Физическая мезомеханика. 2004. № 7 (4). С. 25–34.
29. Садовский М. А. Естественная кусковатость горной породы // ДАН СССР. 1979. Т. 247, вып. 4. С. 829–831.
30. Куксенко В. С., Инжеваткин И. Е., Манжиков Б. Ц. и др. Физические и методические основы прогнозирования горных ударов // ФТПРПИ. 1987. № 1. С. 9–22.
31. Опарин В. Н., Курленя М. В. О скоростном разрезе Земли по Гутенбергу и возможном его геомеханическом объяснении. Ч. 1. Зональная геодезинтеграция и иерархический ряд геоблоков // ФТПРПИ. 1994. № 2. С. 14–26.
32. Шемякин Е. И. О свободном разрушении твердых тел // ДАН СССР. 1988. Т. 300. С. 1090–1094.

Статья поступила в редакцию 05 июля 2019 г.

УДК 539.(4+4.011+42)+622.(011.4+02+023.23) https://doi.org/10.21440/2307-2091-2019-3-111-123

Continuum theory of shear disintegration of solid bodies

Andrey Viktorovich ZHABKO*

Ural State Mining University, Russia, Ekaterinburg

Urgency of the research. Material strength issues are fundamental in any technical science. The issues of destruction are especially relevant in mining, where the main technological processes are aimed at the destruction of rocks (drilling, blasting, crushing, etc.); the production method (method of working) or mining is selected from the condition of stability (strength) of the mining array.
Purpose of the work. The work is devoted to determining the laws of plastic deformation and disintegration of rocks (solids) based on their representation as a continuous (continuum) medium.
Research methods, results and conclusions. The author proposes some new laws of plastic deformation obtained analytically on the basis of continuum fracture mechanics such as the functions of the yield surface and plastic potential, the strength criterion of solids, the equation that determines the intrinsic moment of blocks (formed structures) during plastic deformation, dynamic equations (evolutionary) of the fragmented structures behavior, the variational principle of the disintegration of solids, the criterion for the growth or appearance of a crack of any scale (hierarchical level), closely related to the fundamental parameter of the hierarchy of mountain ranges and the number of Phidias. Some effects and phenomena of the processes occurring during plastic deformation, disintegration (destruction) have been identified, explained and discussed. In particular, it has been experimentally shown, that the main sign of plastic deformation at the hardening stage is the partial or complete (at the elastic limit) loss of the retaining effect of internal friction in the minute movement sites under the action of the minimum primary stress and its gradual strengthening during hardening, which is a consequence of the phenomenon of dilatancy, i.e., an increase in volume in the direction of the minimum primary stress. It is shown that, turning of shear areas (structural elements) from continuum positions is an inevitability that postpones the fracture moment; in the absence of rotational deformation, an instantaneous cut of the sample will occur. This explains the proximity of the elastic and tensile limits for brittle materials. That is, a criterion for the separation of materials into brittle and plastic is outlined. The possible mechanism of the transition from the accumulation of volumetric damage during plastic deformation to the growth of the main crack (fading of the deformation activity) and the corresponding drop of potentials, which can be explained in terms of tiny fractures: when appearance (while fracturing) they are pointed out at one angle, and a further change in their orientation (turn) is impossible (increase in elastic resistance) and, due to stress concentrations, they are connected according to the anisotropic substance.
Keywords: plastic potential function, plasticity and strength criterion, dilatancy, hierarchy parameter, variational principle, moment of blocks, sin-Gordon equation.

REFERENCES

1. Zhabko A. V. 2016, *Analiticheskaya geomekhanika* [Analytical geomechanics], 224 p.
2. Zhabko A. V. 2017, Laws of plastic deformation and destruction of solids. *Izvestiya Ural'skogo gosudarstvennogo gornogo universiteta* [News of the Ural State Mining University], no. 2 (46), pp. 82–87. (*In Russ.*)
3. Zhabko A. V. 2017, Strength of the continuum (solids). *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Gornyi zhurnal* [News of the Higher Institutions. Mining Journal], no. 4, pp. 47–55. (*In Russ.*)
4. Zhabko A. V. 2018, Theoretical and experimental aspects of plastic deformation and fracture of rocks. *Izvestiya Ural'skogo gosudarstvennogo gornogo universiteta* [News of the Ural State Mining University], no. 1 (49), pp. 68–79. (*In Russ.*)
5. Kartashov Yu. M., Matveyev B. V., Mikheyev G. V. et al. 1979, *Prochnost' i deformiruyemost' gornykh porod* [Strength and deformability of rocks], Moscow, 269 p.
6. Stavrogin A. N., Protosenya A. G. 1979, *Plastichnost' gornykh porod* [Plasticity of rocks]. Moscow, 301 p.
7. Stavrogin A. N., Tarasov B. G., Shirkes O. A., Pevzner E. D. 1981, Strength and deformation of rocks in the prelimiting and out-of-limit areas. *Fiziko-tekhnicheskiye problemy razrabotki poleznykh iskopayemykh* [Physicotechnical issues of mining], no. 6, pp. 3–11. (*In Russ.*)
8. Stavrogin A. N., Protosenya A. G. 1985, *Prochnost' gornykh porod i ustoychivost' vyrabotok na bol'shikh glubinakh* [Rock strength and stability of workings at great depths]. Moscow, 271 p.
9. Stavrogin A. N., Tarasov B. G. 2001, *Eksperimental'naya fizika i mekhanika gornykh porod* [Experimental physics and rock mechanics]. Saint-Petersburg, 343 p.
10. Kuksenko V. S., Guzev M. A., Makarov V. V. et al. 2011, The theory of strong compression of rocks and massifs. *Vestnik DVGTU* [The Far Eastern Federal University: School of Engineering Bulletin], no. 3/4 (8/9), pp. 14–58. (*In Russ.*)
11. Odintsev V. N. 1996, *Otryvnoye razrusheniye massiva skal'nykh gornykh porod* [Breakout of rock massif]. Moscow, 166 p.
12. Kocharyan G. G. 2009, *Deformatsionnyye protsessy v massivakh gornykh porod* [Deformation processes in rock masses]. Moscow, 378 p.
13. Makarov P. V. 2010, Self-organized criticality of deformation processes and prospects for fracture prediction. *Fizicheskaya mezomekhanika* [Physical Mesomechanics]. no. 13 (5), pp. 97–112. (*In Russ.*)
14. Makarov P. V. 1998, The approach of physical mesomechanics to modeling the processes of deformation and fracture. *Fizicheskaya mezomekhanika* [Physical Mesomechanics], no. 1, pp. 61–81. (*In Russ.*)
15. Panin V. E., Egorushkin V. E. 2015, Fundamentals of physical mesomechanics of plastic deformation and fracture of solids as non-linear hierarchically organized systems. *Fizicheskaya mezomekhanika* [Physical Mesomechanics], no. 18 (5), pp. 100–113. (*In Russ.*)
16. Panin V. E., Grinyaev Yu. V., Psakhye S. G. 2004, Physical mesomechanics: achievements in two decades of development, problems and prospects. *Fizicheskaya mezomekhanika* [Physical Mesomechanics], no. 7, special issue p. I, pp. I-25–I-40. (*In Russ.*)
17. Vikulin A. V., Ivanchin A. G. 2013, On the modern concept of the block-hierarchical structure of the geomedium and some of its consequences in the field of earth sciences. *Fiziko-tekhnicheskiye problemy razrabotki poleznykh iskopayemykh* [Physicotechnical issues of mining], no. 3, pp. 67–84. (*In Russ.*)
18. Vikulin A. V., Makhmudov H. F., Ivanchin A. G. et al. 2016, On the wave and reid properties of the earth's crust. *Fizika tverdogo tela* [Physics of the solid state], vol. 58, issue 3, pp. 547–557. (*In Russ.*)
19. Garagash I. A. 2016, *Uyedinennyye tektonicheskiye volny v verkhney mantii* [Solitary tectonic waves in the upper mantle]. Tectonophysics and current issues of Earth sciences: Fourth tectonophysical conference, pp. 456–460.
20. Garagash I. A., Nikolaevsky V. N. 2009, Cosserat Mechanics for Earth Sciences. *Vychislitel'naya mekhanika sploshnykh sred* [Computational continuum mechanics], vol. 2, no. 4, pp. 44–66. (*In Russ.*)
21. Bykov V. G. 2015, Nonlinear waves and solitons in models of fault-block geological media. *Geologiya i geofizika* [Geology and geophysics], vol. 56, no. 5, pp. 1008–1024. (*In Russ.*)

* zhabkoav@mail.ru
http://orcid.org/0000-0002-3081-9522

22. Kurlenya M. V., Oparin V. N. 1999, Issues of nonlinear geomechanics. *Fiziko-tekhnicheskiye problemy razrabotki poleznykh iskopayemykh* [Physicotechnical issues of mining], p. I, no. 3, pp. 12–26. (*In Russ.*)
23. . Kurlenya M. V., Oparin V. N. 2000, Issues of nonlinear geomechanics. *Fiziko-tekhnicheskiye problemy razrabotki poleznykh iskopayemykh* [Physicotechnical issues of mining], p II, no. 4, pp. 3–26. (*In Russ.*)
24. Morozov E. M., Fridman Ya. B. 1961, Crack paths of fast fracture as geodesic lines on the surface of a body. *Doklady Akademii Nauk* [Proceedings of the Russian Academy of Sciences], vol. 139, no. 1, pp. 87–90. (*In Russ.*)
25. Levin V. A., Morozov Ye. M., Matviyenko Yu. G. 2004, *Izbrannyye nelineynyye zadachi mekhaniki razrusheniya* [Selected nonlinear problems of fracture mechanics]. Moscow, 408 p.
26. Tikhonov A. I. 2002, *Kontseptsiya sovremennogo yestestvoznaniy* [The concept of modern science]. Ivanovo, 68 p.
27. Nicolis G., Prigogine I. 1979, Exploring Complexity, 512 p.
28. Makarov P.V. 2004, On the hierarchical nature of deformation and fracture of solids and media. *Fizicheskaya mezomekhanika* [Physical Mesomechanics], no. 7 (4), pp. 25–34. (*In Russ.*)
29. Sadovsky M. A. 1979, Natural lumpiness of rock. *Doklady Akademii Nauk* [Proceedings of the Russian Academy of Sciences], vol. 247, issue 4, pp. 829–831. (*In Russ.*)
30. Kuksenko V. S., Inzhevatkin I. E., Manzhikov B. Ts. et al. 1987, Physical and methodological foundations of forecasting mountain strikes. *Fiziko-tekhnicheskiye problemy razrabotki poleznykh iskopayemykh* [Physicotechnical issues of mining], no. 1, pp. 9–22. (*In Russ.*)
31. Oparin V.N., Kurlenya M.V. 1994, On the high-speed section of the Earth according to Gutenberg and its possible geomechanical explanation. Part 1. Zonary geo-disintegration and hierarchical series of geoblocks. *Fiziko-tekhnicheskiye problemy razrabotki poleznykh iskopayemykh* [Physicotechnical issues of mining], no. 2, pp. 14–26. (*In Russ.*)
32. Shemyakin E. I. 1988, On the free destruction of solids. *Doklady Akademii Nauk* [Proceedings of the Russian Academy of Sciences], vol. 300, pp. 1090–1094. (*In Russ.*)

The article was received on July 05, 2019