

## ТЕОРИЯ РАСЧЕТА УСТОЙЧИВОСТИ ОТКОСОВ И ОСНОВАНИЙ. АНАЛИЗ, ХАРАКТЕРИСТИКА И КЛАССИФИКАЦИЯ СУЩЕСТВУЮЩИХ МЕТОДОВ РАСЧЕТА УСТОЙЧИВОСТИ ОТКОСОВ

Жабко А. В.

В работе приводится и предлагается к использованию принципиально новая теория расчета устойчивости откосов и оснований, разработанная автором и основанная на фундаментальных теоремах и принципах механики, таких как принцип возможных перемещений Лагранжа, принцип наименьшего принуждения Гаусса, теорема наименьшей потерянной работы Остроградского и т. д. Основой математического аппарата предлагаемой теории являются вариационное, дифференциальное и интегральное исчисления. С опорой на теорию разработаны методики расчета устойчивости откосов практически для условий любой сложности: однородный, неоднородный, анизотропный, обводненный откосы, откосы на слабом наклонном контакте, на слабом наклонном основании, подработанный и закарстованный откосы, нагруженный откос, откос несвязных пород на различном основании.

*Ключевые слова:* откос; метод предельного равновесия; метод предельного напряженного состояния; условие равновесия; устойчивость; экстремум функционала; дифференциальное уравнение; поверхность скольжения; анизотропия; неоднородность; угол излома; подработанный откос; устойчивость отвалов; слабое основание; обводненность.

Проблема оценки устойчивости откосов является весьма актуальной при разработке месторождений полезных ископаемых открытым способом в гидротехническом и транспортном, промышленном и гражданском строительстве, а также в других отраслях деятельности человека.

Исторически первой работой по вопросу равновесия массива, ограниченного наклонной плоскостью (откосом), является работа У. Ренкина (1857). Первый способ расчета устойчивости откосов, основанный на принципе Кулона, был предложен в 1920 г. Г. Франсе. К настоящему времени разработано более 100 способов, приемов и схем расчета устойчивости свободных откосов.

Попытки создания строгого способа расчета привели к появлению большого числа способов, приемов расчета и расчетных схем; их многообразие объясняется количеством допущений, используемых исследователями для обоснования расчетной схемы, и условиями устойчивости. Дело в том, что задача по определению параметров устойчивого откоса или несущей способности основания в любой постановке является статически неопределимой. Поэтому для определения неизвестных реакций авторами выдвигаются дополнитель-

ные условия (допущения). Например, У. Ренкин предполагает, что в каждой точке призмы смещения выполняется условие предельного кулоновского равновесия, Д. Тейлор принимает симметричный синусоидальный закон распределения нормальных реакций вдоль поверхности скольжения, большинство способов предполагают пренебрежение действием межблоковых реакций, а поверхность скольжения принимается из условия получения более простых формул. Многообразие способов расчета вызвало необходимость классифицировать их по тем или иным признакам.

В работе [1] приводится классификация способов расчета устойчивости откосов, которая, на взгляд автора, достаточно полно отражает и упорядочивает их многообразие. В табл. 1 приведена данная классификация с незначительными дополнениями.

К указанным в табл. 1 способам для различных поверхностей скольжения необходимо добавить способы Ямбу, Моргенштерна и Прайса, Спенсера [2]. Эти способы достаточно похожи и дают близкие результаты. Их принципиальная разница заключается в количестве уравнений равновесия, составляемых для отдельных отсеков или для всей призмы

смещения в целом.

Способы классов *A*, *B*, *B* в табл. 1 разработаны для однородных откосов, а класс *Г* – для анизотропных. Ни один из этих способов не является строгим, даже когда речь идет об

идеально однородных и изотропных массивах. С другой стороны, очевидно, что теория расчета анизотропных откосов должна базироваться на теории изотропных откосов, поэтому способы класса *Г* исключим из анализа.

Таблица 1

**Классификация методов (способов) расчета устойчивости откосов**

Класс	Общий принцип определения параметров устойчивого откоса, характеризующий класс методов	Общий признак для группы способов	Основной способ группы	Расчетные способы и схемы, использующие основной метод
<i>A</i>	Построение контура откоса, являющегося внешней границей зоны, во всех точках которой удовлетворяется условие предельного напряженного состояния	Численный способ интегрирования дифференциальных уравнений напряженного состояния	Способ В. В. Соколовского	Таблицы И. С. Мухина и Л. И. Срагович Номограммы Н. К. Звонарева Способ А. И. Говядинова – С. В. Фальковича
				Способ А. М. Сенкова Расчетные схемы Ю. А. Соболевского Способ И. Д. Молюкова Способ Г. Л. Фисенко – В. Т. Сапожникова (выпуклый откос) Способ В. Т. Сапожникова – В. И. Пушкарева (откос криволинейный в плане) Способ Ю. Н. Малюшицкого (многослойный откос)
		Графический способ интегрирования дифференциальных уравнений предельного напряженного состояния	Способ С. С. Голушкевича	
<i>B</i>	Построение контура откоса, вдоль которого удовлетворяется равенство угла наклона касательной углу сопротивления сдвигу	Разбивка откоса на горизонтальные слои и определение устойчивого угла наклона каждого слоя с учетом веса вышележащих пород	Способ $F_p$ Н. Н. Маслова Способ М. Н. Троицкой	

Класс	Общий принцип определения параметров устойчивого откоса, характеризующий класс методов	Общий признак для группы способов		Основной способ группы	Расчетные способы и схемы, использующие основной метод
<i>B</i>	Построение в массиве поверхности скольжения, вдоль которой удовлетворяется условие предельного равновесия	Плоская поверхность скольжения		Способ Г. Франсе Способ О. Винклера Способ Л. Н. Бернацкого Способ П. Н. Цимбаревича Способ О. Т. Токмурзина	
		Круглоцилиндрическая поверхность	Условия равновесия всего откоса	Способ В. Феллениуса Способ Д. Тейлора (круг трения)	
				Графоаналитический метод М. Н. Гольдштейна (круг трения) Аналитический метод М. Н. Гольдштейна	Графики В. Н. Лобасова Графики Е. К. Алаторцева
				Способ М. М. Сокольского Способ А. И. Иванова Способ О. Фрелиха Способ А. Како Способ И. В. Федорова Способ М. Н. Гольдштейна ( <i>t</i> -фактор)	Прием П. А. Ляпичева
			Условия равновесия отдельных вертикальных отсеков	Способ С. Хюльтина Способ Г. Крея – К. Терцаги Способ Р. Р. Чугаева – О. В. Вяземского Способ А. Бишопа Способ А. Л. Можевитинова Способ Г. М. Шахунянца (многоугольник сил)	Графики А. Бишопа – Н. Моргенштерна
			Поверхность скольжения в виде логарифмической спирали	Способ Л. Рендулика Способ Н. П. Пузыревского – П. И. Кожевникова Способ Ю. С. Козлова – В. А. Будкова	
			Поверхность скольжения сложной криволинейной формы	Способ Г. Л. Фисенко Способ С. Н. Никитина Способ Л. В. Савкова	
			Вариационные способы	И. Копачи Ю. И. Соловьева А. Г. Дорфмана	
			Поверхность скольжения ломаной формы	Способ А. П. Ясюнас (прислоненного откоса) Способ Н. Н. Маслова (горизонтальных сил) Способ Р. Р. Чугаева (наклонных сил)	

Г	Построение в массиве поверхности скольжения, вдоль которой удовлетворяется условие специального предельного равновесия	Определение сдвигающих и удерживающих сил с учетом прочностных характеристик по поверхности ослабления откоса	Способ Г. Л. Фисенко Способ Н. Н. Куваева Способ П. Н. Панюкова	
---	--	---	---	--

Способы класса *Б* базируются на допущениях о том, что во всех точках угол откоса равен углу сопротивления сдвигу, а также на внешнем сходстве между уравнением сопротивления сыпучих пород сдвигу и уравнением, связывающим высоту откоса с его заложением. Способы данного класса не имеют должного теоретического обоснования и не могут являться расчетными.

Способы класса *А* используют одно, хотя и достаточно принципиальное допущение – в каждой точке призмы смещения выполняется условие предельного напряженного состояния (закон Кулона). Данные способы выделяют в

отдельный *метод предельного напряженного состояния или дифференциальный метод*.

Рассмотрим более подробно метод предельного напряженного состояния.

Родоначальником метода предельного равновесия является французский ученый Ш. О. Кулон (1736–1806 гг.), сформулировавший в 1773 г. основные положения предельного равновесия. Шотландский профессор У. Д. Ренкин (1820–1872 гг.) в 1857 г. рассмотрел предельное равновесие бесконечного массива, ограниченного наклоненной плоскостью, а также ввел понятие о поверхностях скольжения (рис. 1).

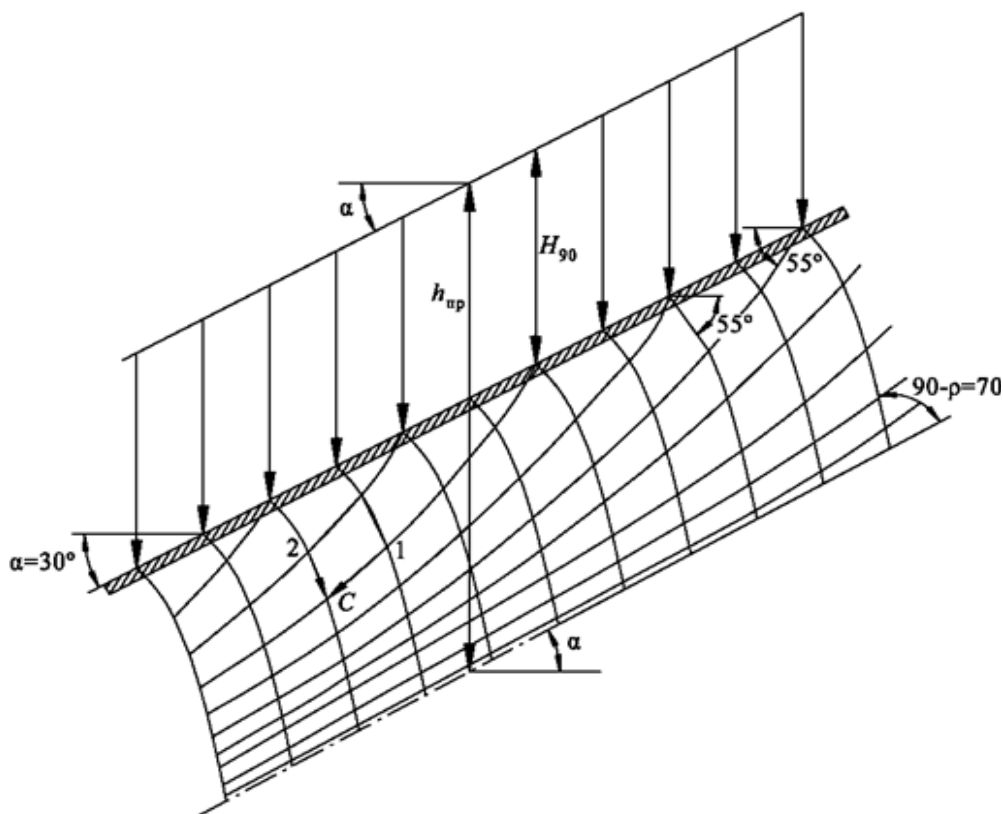


Рис. 1. Обобщенная задача Ренкина

Основой метода, подобно механике сплошных сред (теории упругости, пластичности и

т. д.), являются дифференциальные уравнения плоского равновесия:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = \gamma, \quad (1)$$

где  $\gamma$  – объемный вес горных пород;  $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$  – компоненты тензора плоского напряжения.

К уравнениям равновесия Ф. Кеттер в 1903 г. добавил условие предельного кулоновского равновесия, выраженного через компоненты плоского поля напряжений:

$$\frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2 = \frac{\sin^2 \varphi}{4}(\sigma_x + \sigma_y + 2C \operatorname{ctg} \varphi)^2, \quad (2)$$

где  $C, \varphi$  – сцепление и угол внутреннего трения горных пород.

Однако не было общего подхода при решении задач плоского предельного равновесия весомой сыпучей и связной сред. Лишь в 1939 г. В. В. Соколовский [3] разработал такой метод. Введя понятие о средней величине приведенного напряжения  $\sigma = (\sigma_1 + \sigma_3)/2 + C \operatorname{ctg} \varphi$  и выразив через нее компоненты тензора напряжений, подстановкой в уравнения равновесия В. В. Соколовский получил так называемую основную систему уравнений в симметричном виде:

$$\left[ \frac{\partial \sigma}{\partial x} \mp 2\sigma \operatorname{tg} \varphi \frac{\partial \rho}{\partial x} \pm \gamma \operatorname{tg} \varphi \right] \cos(\rho \mp \varepsilon) + \left[ \frac{\partial \sigma}{\partial y} \mp 2\sigma \operatorname{tg} \varphi \frac{\partial \rho}{\partial y} - \gamma \right] \sin(\rho \mp \varepsilon) = 0, \quad (3)$$

где  $\rho$  – угол между направлением наибольшего главного напряжения  $\sigma_1$  и осью  $x$ ;  $\varepsilon = \pi/4 - \varphi/2$  – угол между направлением  $\sigma_1$  и площадками скольжения.

Система уравнений (3) по классификации уравнений и систем в частных производных относится к гиперболической (имеет два действительных различных семейства характеристик). Её решение В. В. Соколовский производит при помощи метода характеристик, известного из курса высшей математики. Не приводя достаточно сложных математических выкладок данного метода, укажем лишь на его основные положения. В плоскости решения системы уравнений  $xy$  существуют некоторые линии, полностью заполняющие область решения системы – характеристики. Характеристики не являются произвольны-

ми линиями и определяются самой же системой уравнений. Их математический смысл заключается в том, что вдоль них существует возможность получить некоторые дифференциальные соотношения, связывающие неизвестные (определяемые) функции. Для определения характеристик и упомянутых соотношений к уравнениям (3) добавляются зависимости для полных дифференциалов разыскиваемых функций

$$d\sigma = \frac{\partial \sigma}{\partial x} dx + \frac{\partial \sigma}{\partial y} dy; \quad d\rho = \frac{\partial \rho}{\partial x} dx + \frac{\partial \rho}{\partial y} dy. \quad (4)$$

Приведя систему уравнений (3, 4) к стандартному виду (в левых частях – уравнений суммы произведений коэффициентов на частные производные неизвестных функций, в правой – все остальное), приравняем определитель матрицы системы к нулю.

$$\det \begin{pmatrix} \cos(\rho - \varepsilon) & -2\sigma \operatorname{tg} \varphi \cos(\rho - \varepsilon) & \sin(\rho - \varepsilon) & -2\sigma \operatorname{tg} \varphi \sin(\rho - \varepsilon) \\ \cos(\rho + \varepsilon) & 2\sigma \operatorname{tg} \varphi \cos(\rho + \varepsilon) & \sin(\rho + \varepsilon) & 2\sigma \operatorname{tg} \varphi \sin(\rho + \varepsilon) \\ dx & 0 & dy & 0 \\ 0 & dx & 0 & dy \end{pmatrix} = 0. \quad (5)$$

Получим уравнения характеристик системы (3):

$$dy = \operatorname{tg}(\rho \mp \varepsilon) dx. \quad (6)$$

Из уравнения (6) ясно, что характеристики наклонены к оси  $x$  под углом  $\rho \mp \varepsilon$ , то есть под теми же углами, что и линии скольжения. Отсюда непосредственно следует, что характеристики на плоскости  $xy$  являются поверхностями скольжения. Через каждую точку рассматриваемой области на плоскости  $xy$  проходят две характеристики, пересекающиеся под углом  $2\varepsilon = \pi/2 - \varphi$ , то есть вся область (призма смещения) покрыта сеткой характеристик. Семейство характеристик, определяемое верхним знаком, называется первым (активным), нижним – вторым (пассивным).

Таким образом, из условия (5) (равенство нулю якобиана) ясно, что характеристики – это такие линии, вдоль которых разыскиваемые производные функций  $\sigma$  и  $\rho$  функционально зависимы между собой. А конкретные уравнения, определяющие эту функциональную связь, называются соотношениями на ха-

рактических.

Соотношения на характеристиках определим из условия равенства рангов матрицы системы и расширенной матрицы вдоль соответствующей характеристики, то есть требования совместности системы уравнений (система должна иметь хотя бы одно решение).

Согласно (5) определитель матрицы системы уравнений равен нулю, поэтому должен быть равен нулю определитель матрицы, составленный из произвольных четырех столбцов. Например:

$$\det \begin{pmatrix} \cos(\rho-\varepsilon) & -2\sigma\operatorname{tg}\varphi\cos(\rho-\varepsilon) & \sin(\rho-\varepsilon) & \gamma(\sin(\rho-\varepsilon)-\operatorname{tg}\varphi\cos(\rho-\varepsilon)) \\ \cos(\rho+\varepsilon) & 2\sigma\operatorname{tg}\varphi\cos(\rho+\varepsilon) & \sin(\rho+\varepsilon) & \gamma(\sin(\rho+\varepsilon)+\operatorname{tg}\varphi\cos(\rho+\varepsilon)) \\ dx & 0 & dy & d\sigma \\ 0 & dx & 0 & d\rho \end{pmatrix} = 0. \quad (7)$$

Таким образом, из уравнения (7) вдоль характеристик (6) имеем следующие дифференциальные соотношения:

$$d\sigma \mp 2\sigma\operatorname{tg}\varphi d\rho = \gamma(dy \mp \operatorname{tg}\varphi dx). \quad (8)$$

Решение системы уравнений (6) и (8) затруднительно, поэтому для решения конкретных задач от дифференциалов переходят к конечным разностям, в итоге получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} y - y_1 = (x - x_1)\operatorname{tg}(\rho_1 - \varepsilon) \\ \sigma - \sigma_1 = 2\sigma_1(\rho - \rho_1)\operatorname{tg}\varphi + \gamma(y - y_1) - \gamma(x - x_1)\operatorname{tg}\varphi \\ y - y_2 = (x - x_2)\operatorname{tg}(\rho_2 + \varepsilon) \\ \sigma - \sigma_2 = -2\sigma_2(\rho - \rho_2)\operatorname{tg}\varphi + \gamma(y - y_2) + \gamma(x - x_2)\operatorname{tg}\varphi. \end{cases} \quad (9)$$

Пользуясь этими уравнениями, можно определить приближенные значения  $x$ ,  $y$ ,  $\sigma$ ,  $\rho$  точки  $C$  пересечения двух линий скольжения (двух характеристик разных семейств), если эти величины известны в точках 1 и 2, лежащих на этих линиях (рис. 1). Очевидно, может быть решена и обратная задача. Все вычисления и построения осуществляются в безразмерных координатах, то есть при  $C = 1$ ,  $\gamma = 1$ .

Параллельно В. В. Соколовскому, С. С. Голушкевич [4] независимо разработал графический способ интегрирования уравнений предельного напряженного состояния (статика сыпучих сред). Конечно, никакой графический способ не может быть удобнее аналитического, особенно в настоящее время, при

стремительном развитии ЭВМ.

В строгом понимании способы В. В. Соколовского и С. С. Голушкевича правильнее назвать способами построения предельного очертания или определения предельной пригрузки откосов вогнутого профиля. Однако такой профиль откоса при открытой разработке ведет к значительному увеличению объемов вскрыши по сравнению с откосами выпуклого и плоского профилей. В этой связи В. Т. Сапожниковым [5] был разработан способ построения «равноустойчивого» откоса выпуклого профиля, основанный также на теории предельного напряженного состояния (рис. 2).

Недостатки метода предельного напряженного состояния:

1) невозможность применения в случаях произвольной формы откоса и эпюры внешней нагрузки, что является следствием допущения о выполнении условия предельного напряженного состояния в каждой точке призмы смещения (рис. 2);

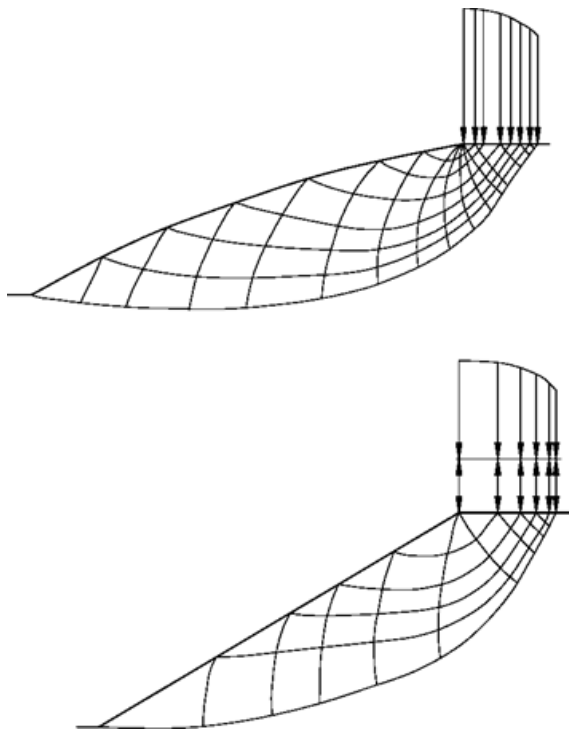


Рис. 2. Выпуклый и плоский откосы с расчетной весовой пригрузкой

2) сложность или невозможность применения в случаях наличия в массиве поверхно-

стей ослабления (контактов слоев, трещин и т. д.);

3) трудоемкость и непригодность при адаптации к сложным горно-геологическим условиям (сейсмичность, обводненность, объемная задача и т. д.).

С. С. Голушкевич отмечает, что «случай, когда сыпучая среда находится в предельном напряженном состоянии во всех точках, следует рассматривать как иногда возможный, частный и притом крайний случай состояния предельного равновесия. Поэтому состояние предельного равновесия массива сыпучей среды лучше определять как состояние, при котором его внутренняя граница является поверхностью скольжения» [4].

Способы класса В наиболее разнообразны. Их различие состоит в геометрии используемой поверхности скольжения (круглоцилиндрическая, логарифмическая спираль и др.), а также в том, каким образом судят об устойчивости призмы смещения: по равновесию отдельных отсеков (блоков) или для всей призмы смещения.

На основании детального анализа, проведенного автором, были выделены четыре группы основных допущений, выдвигаемых исследователями для обоснования расчетной схемы, получения условий устойчивости (равновесия) призмы смещения и определения формы и положения наиболее слабой по-

верхности скольжения в откосах:

1) допущение о выполнении условия предельного напряженного состояния в каждой точке призмы смещения (метод предельного напряженного состояния – способы класса А);

2) допущения о распределении нормальных реакций вдоль поверхности скольжения (способы монолитного отсека обрушения, то есть когда рассматривают равновесие призмы смещения целиком);

3) допущения относительно соотношения касательных и нормальных реакций по боковым граням отсеков (реакция горизонтальна, наклонна или предельно отклонена);

4) допущения относительно формы и положения (геометрии) потенциальной (наиболее слабой) поверхности скольжения.

Допущение первой группы было рассмотрено выше.

В способах, рассматривающих равновесие призмы смещения как единого целого, существуют известные трудности при определении эпюры нормальных напряжений вдоль поверхности скольжения. Поэтому такие способы расчета используют допущения, зачастую малообоснованные. А если учесть, что поверхность скольжения не задана, то задача становится весьма неопределенной.

С другой стороны, если рассматривать призму смещения как единое целое (монолитный отсек) (рис. 3), а также учитывая, что для

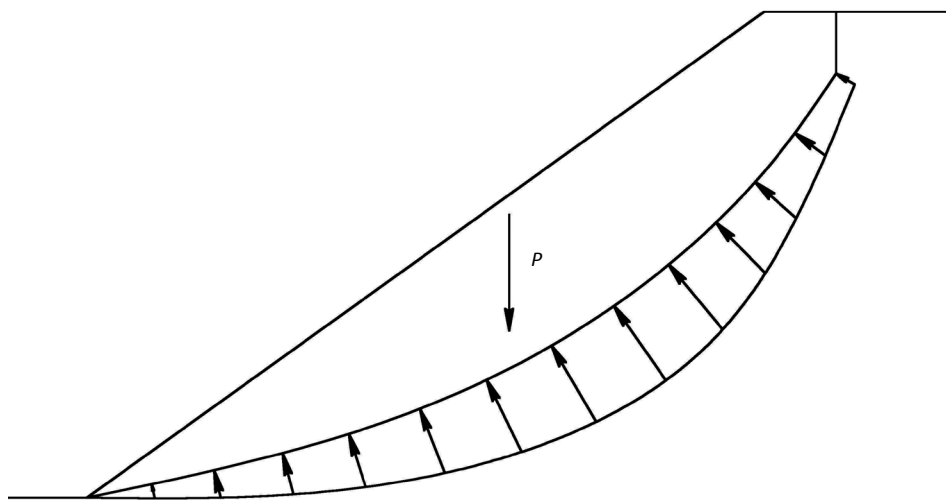


Рис. 3. Монолитный отсек обрушения

равновесия тела или системы тел необходимо и достаточно равенства нулю главного век-

тора внешних сил, то задача сведется лишь к определению их вдоль поверхности сколь-

жения. Однако даже при заданной поверхности скольжения для определения реакций необходимо прибегнуть к разбиению призмы смещения, то есть к необходимости учета межблоковых реакций. Последние же также определяют значения величин внешних сил в каждой точке поверхности скольжения.

Большинство способов расчета используют допущения третьей группы. Дело в том, что задача о равновесии отсека (рис. 4) является статически неопределимой. То есть для

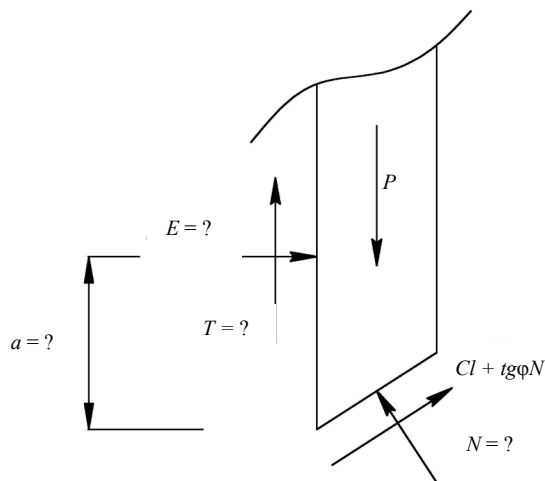


Рис. 4. Силы, действующие на отсек (блок)

выполнения плоского равновесия отсека можно составить три условия статического равновесия, а неизвестных, которые необходимо определить, – четыре (рис. 4). Соответственно для всей призмы смещения неизвестных будет столько, на сколько частей мы разобьем призму смещения. На практике часто считается, что точка приложения нормальной межблоковой реакции не важна, так как опрокидывание отсеков не наблюдается, поэтому условие моментов для отсека отбрасывается вместе с неопределенным плечом приложения нормальной межблоковой реакции. Если рассматривать элементарные отсеки, то есть отсеки с бесконечно малой шириной, то задачу по преодолению статической неопределенности можно свести к определению закона распределения полного вектора межблоковой реакции или отношения нормальной и касательной составляющих.

Таким образом, выше дано объяснение

многообразию способов расчета устойчивости откосов. То есть исследователи для обоснования недостающего условия (уравнения) выдвигают дополнительные и, зачастую, малообоснованные гипотезы о распределении межблоковых реакций. Некоторые из них:

1) реакция между отсеками горизонтальна (Н. М. Герсеванов, Г. Крей, Р. Р. Чугаев – способ горизонтальных сил, Н. Янбу);

2) касательная реакция максимальна (Г. М. Шахунянц, ВНИМИ);

3) реакция отклонена от горизонта на величину половины угла сдвига (Р. Р. Чугаев – способ наклонных сил);

4) направление реакции параллельно основанию последующего отсека (Г. Л. Фисенко – алгебраическое сложение сил);

5) отношение касательной и нормальной составляющей – линейная функция аргумента (способ Моргенштерна и Прайса);

6) касательная реакция численно равна произведению сцепления на площадь боковой поверхности (Г. М. Шахунянц, 1969);

7) касательная реакция численно равна силе трения при предельном равновесии по боковой грани отсека (В. Т. Гузченко и др.);

8) касательная и нормальная реакции отсеков равны нулю (Ю. И. Соловьев, К. Терцаги, способ алгебраического сложения сил).

Заметим, что взаимодействия между отсеками присутствуют в любом случае, иначе напряжения в теле призмы смещения были бы равны нулю, а это возможно лишь в ненагруженных и невесомых средах. Однако важно установить степень их влияния на устойчивость. Так как условие равновесия определяется лишь действием внешних сил (сил, действующих на призму смещения в целом), то внутренние силы (межблоковые реакции) в критерий устойчивости в явном виде входить не будут. То есть внутренние силы должны выражаться в виде функции внешних сил.

Допущения четвертой группы используют все способы класса В, кроме вариационных. Дело в том, что форма и положение поверхности скольжения в массиве определяют и сам критерий устойчивости. Например, при плоской поверхности скольжения нет необходи-



мости рассматривать межблоковые реакции, задача становится статически определимой, а условием равновесия (критерием устойчивости) выступает сумма проекций внешних сил на плоскость поверхности скольжения (брусок на наклонной плоскости). Круглоцилиндрическая поверхность скольжения (Петерсон, 1916) позволяет достаточно просто оценить сумму моментов сил, действующих на призму смещения, а логарифмическая спираль (Рендулик, 1935) обладает тем свойством, что всякая нормаль к этой кривой образует постоянный угол с соответствующим радиус-вектором. Этим достигается простота расчетных схем и получаемых при этом результатов, то есть используемые в расчетах поверхности скольжения приняты для упрощения или просто для реализации расчетных схем и не имеют обоснования.

Существующие вариационные способы (табл. 1) для обоснования геометрии потенциальных поверхностей скольжения используют статически необоснованные критерии устойчивости, то есть функционалы, полученные с использованием допущения о распределении межблоковых реакций, и поэтому определенная из данного критерия поверхность скольжения не будет являться истинной.

Таким образом, делаем вывод о том, что все существующие методы (способы) в силу статической неопределенности задачи в любой ее постановке для получения условия равновесия призмы смещения используют те или иные допущения. В этом смысле ни один из рассмотренных способов не является строгим. О степени обоснованности каждого из допущений судить весьма сложно ввиду отсутствия эталонного способа расчета.

Часто в литературе можно встретить ошибочное мнение о том, что метод предельного напряженного состояния является строгим, а способы метода предельного равновесия являются инженерными (приближенными) и что необходимо производить их совершенствование и корректировку (например, многоугольник сил по ВНИМИ), используя метод предельного напряженного состояния. Одна-

ко, как показано выше, оба метода и включающие в себя способы несовершенны, кроме того, рассматриваемые два метода ни в коем случае нельзя сравнивать и уж тем более осуществлять их симбиоз.

В заключение отметим принципиальные различия между двумя основными методами расчета (оценки) устойчивости откосов и основные положения каждого из них.

В методе предельного напряженного состояния (класс А) условие предельного равновесия выполняется в каждой точке призмы смещения, в том числе на поверхности откоса и вдоль поверхности скольжения. Это в частности означает, что направление линии действия наибольшего главного напряжения отклонено от площадок скольжения каждого из семейств поверхностей скольжения на угол  $\pi/4 - \varphi/2$ . На площадках с такой ориентировкой действует максимальная разность сдвигающих и удерживающих сил, т. е. они являются наиболее опасными в рассматриваемой точке.

В методе предельного равновесия и во всех его способах (класс В) условие предельного равновесия (условие пластичности, прочности) выполняется только вдоль поверхности скольжения, причем ориентировка площадок определяется из условия опасности (экстремальности) поверхности скольжения в целом, а не в каждой ее точке. То есть площадки среза (скольжения) не обязательно будут отклонены от направления первого главного напряжения на угол  $\pi/4 - \varphi/2$ .

Рассмотрим пример. В точке выхода поверхности скольжения в откос линия действия первого главного напряжения совпадает с ним, т. к. по поверхности откоса отсутствуют касательные напряжения. Поэтому угол выхода поверхности скольжения в откос по методу предельного напряженного состояния составляет  $\varepsilon = \pi/4 - \varphi/2$ . Используя данный факт и проведя аналогию между рассматриваемыми методами, Г. Л. Фисенко установил граничные условия для круглоцилиндрической поверхности скольжения в методе предельного равновесия. Ошибочность такого подхода достаточно просто показать на примере сыпу-

чих (не связных) горных пород. Как известно, наиболее опасная поверхность скольжения в откосе не связных пород будет совпадать с ним. Поверхность же, построенная с использованием вышеуказанных граничных условий, будет всегда иметь некоторый запас устойчивости. Данный факт объясняется тем, что угол выхода поверхности скольжения в откос, равно как и форма (геометрия) поверхности скольжения в методе предельного равновесия, должны определяться не только углом внутреннего трения, но также и углом откоса. Это обстоятельство впервые доказано автором в диссертации [6], а во всех рассмотренных выше схемах и способах отражения не нашло.

Рассмотрим теперь точку выхода предельно напряженной поверхности скольжения в откос. Если угол выхода поверхности скольжения отличен от  $\varepsilon = \pi/4 - \varphi/2$ , и на этой площадке выполняется условие предельного равновесия, то оно тем более будет выполняться на площадке с углом выхода  $\varepsilon$ . По-видимому, в призме смещения откоса произвольной формы (то есть в таком откосе, который по форме и нагрузке не удовлетворяет уравнениям теории предельного напряженного состояния) существуют площадки, где удовлетворяется условие предельного равновесия, которые объединяются в небольшие по протяженности поверхности или же в пластические области. Такие области можно наблюдать при разрушении реальных откосов или моделей из эквивалентных материалов в виде трещин, напоминающих второе семейство поверхностей скольжения. Однако эти области локальны и не заполняют всего пространства призмы смещения (разрывные решения), а зачатки таких поверхностей скольжения не формируют генеральную поверхность, по которой произойдет общее нарушение устойчивости откоса.

Еще одним достаточно показательным примером некорректного отождествления методов является то, что призма смещения в методе предельного равновесия должна раз-

биваться на отсеки линиями, подобными второму семейству поверхностей скольжения в методе предельного напряженного состояния (ВНИМИ). Однако заметим, что, во-первых, линии второго семейства в методе предельного напряженного состояния – это реально существующие предельно напряженные поверхности скольжения. При произвольной форме ненагруженного откоса они отсутствуют, т. к. не выполняются дифференциальные уравнения предельного напряженного состояния. Во-вторых, в откосах разбивку призмы смещения на отсеки можно производить любыми криволинейными или прямолинейными условными границами, но отбрасываемая часть должна быть заменена заведомо неизвестными реакциями (принцип освобожденности от действия связей), а именно неизвестными вектором сил и моментом сил. В этом случае законы механики не нарушаются. То есть, если призма смещения находится в предельном равновесии по некоторой поверхности скольжения, то расположение границ между отсеками не принципиально (в случае отсеков с элементарной длиной дуги поверхности скольжения). Это объясняется свойством внутренних сил: главный вектор внутренних сил равен нулю.

Таким образом, несмотря на некоторые сходства методов предельного напряженного состояния и предельного равновесия, их сравнение необходимо производить с осторожностью.

В принципе, метод предельного напряженного состояния необходимо использовать для предупреждения обрушений, т. е. изучения формы откосов и внешней нагрузки, при которых возможно обрушение, а метод предельного равновесия – оползней.

После проведения анализа автором была создана классификация способов расчета устойчивости откосов по принципу используемых допущений (ошибочности) при выведении условий равновесия призмы смещения и обоснования геометрии наиболее слабой поверхности скольжения (табл. 2).

**Классификация методов (способов) расчета устойчивости откосов  
по типу используемого допущения**

Методы и способы расчета	Поверхность скольжения	Допущения				
		1	2	3	4	
		о выполнение условий предельного напряженного состояния в каждой точке призмы смещения	о форме и положении потенциальной поверхности скольжения	о распределении нормальных реакций вдоль поверхности скольжения (способы монолитного отсека обрушения)	о соотношении касательных и нормальных реакций по боковым граням отсеков (реакция горизонтальна, наклонна или предельно отклонена)	
<b>Метод предельного равновесия</b>						
Способ Франсе, Винклера, Бернацкого	Плоская	–	+	–	–	
Способ Цимбаревича		–	+	–	–	
Способ Орнатского		–	+	–	–	
Способ Хеннеса		–	+	–	–	
Способ Токмурзина		–	+	–	–	
Способ круглоцилиндрической поверхности скольжения (Терцаги, Крея, Гультина, Иванова-Тейлора)	Круглоцилиндрическая	–	+	–	+	
Способ Феллениуса		–	+	–	+	
Способ круга трения (прием Гольдштейна)		–	+	+	–	
Способ Бишопа		–	+	–	+	
Способ Фрелиха		–	+	+	–	
Способ Како		–	+	+	–	
Способ Чугаева-Вяземского		–	+	–	+	
Способ Ломизе (нахождение потенциально опасной поверхности скольжения)		–	–/+	–	+	
Графоаналитический способ Шахунянца		–	+	–	+	
Способ Янбу		–	+	–	+	
Способ Моргенштерна-Прайса		–	+	–	+	
Способ Спенсера		–	+	–	+	
Способ GLE		–	+	–	+	
Способ Рендулика		Логарифмическая	–	+		
Способ Пузыревского-Кожевникова			–	+		
Способ Козлова	–		+			
Способ Никитина	–		+			
Способ Галустьяна	–		+			

Методы и способы расчета	Поверхность скольжения	Допущения			
		1	2	3	4
		о выполнение условий предельного напряженного состояния в каждой точке призмы смещения	о форме и положении потенциальной поверхности скольжения	о распределении нормальных реакций вдоль поверхности скольжения (способы монолитного отсека обрушения)	о соотношении касательных и нормальных реакций по боковым граням отсеков (реакция горизонтальна, наклонна или предельно отклонена)
Способ Гордеева (нахождение потенциально опасной поверхности скольжения)	Кубический сплайн	–	–/+	–	+
Способ Ясюнаса	Ломаная	–	+	–	+
Способ горизонтальных сил (Маслова-Берера)		–	+	–	+
Способ касательных сил (Шахунянца)		–	+	–	+
Способы Чугаева		–	+	–	+
Графостатический способ Перковского		–	+	–	+
Способ блока и призм		–	+	–	+
Способ Копачи	Сложной формы (определяется методами вариационного исчисления)	–	–	–	+
Способ Соловьева		–	–	–	+
Способ Дорфмана		–	–	–	+
Способ Жабко		–	–	–	–
<b>Метод предельного напряженного состояния</b>					
Способ Соколовского	Определяется построением	+	–	–	–
Способ Голушкевича		+	–	–	–
Способ Гольдштейна (упрощение уравнения Кеттера-Массо)	Кругло-цилиндрическая	+	+	–	–
Способ Бурмейстера (упрощение способа Соколовского)	Определяется форма поверхности равноустойчивого откоса	+	–	–	–
Способ Сенкова (упрощение способа Соколовского)		+	–	–	–
Способ Голованова (упрощение способа Соколовского)		+	–	–	–

Знак «+» означает, что допущение используется данным способом, а знак «–» – не используется. Отсутствие знака в графе означает, что в способе данный вопрос не рассматривался, например, в способе Козлова обосновывалась только поверхность скольжения, без вывода условия равновесия.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Машанов А. Ж., Певзнер М. Е., Бекбасаров Ш. С. Устойчивость уступов и бортов карьеров бассейна Каратау. Алма-Ата: «Наука» КазССР, 1981. 120 с.
2. Хуан Я. Х. Устойчивость земляных откосов / под ред. В. Г. Мельника. М.: Стройиздат, 1988. 240 с.
3. Соколовский В. В. Статика сыпучей среды. М.: Наука, 1990. 272 с.
4. Голушкевич С. С. Статика предельных состояний грунтовых масс. М.: Гос. изд-во техн-теор. лит-ры, 1957. 288 с.
5. Сапожников В. Т. Определение равноустойчивого откоса выпуклого профиля: сб. трудов ВНИМИ. 1968. Вып. 64. С. 249–266.
6. Жабко А. В. Исследование закономерностей, определяющих геометрию поверхности скольжения в откосах и расчетные характеристики, в изотропных горных массивах: дис. ... канд. техн. наук. Екатеринбург: УГГУ, 2009. 152 с.

**Жабко Андрей Викторович** – кандидат технических наук, доцент кафедры маркшейдерского дела. 620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30, Уральский государственный горный университет. E-mail: zhabkoav@mail.ru