УДК 539.(4+4.011+42)+622.(011.4+02+023.23) DOI 10.21440/2307-2091-2018-1-68-79

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ АСПЕКТЫ ПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД

Андрей Викторович Жабко
zhabkoav@mail.ru
Уральский государственный горный университет
Россия, Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30

Актуальность работы. Основным процессом в горном деле является процесс разрушения горных пород, поэтому установление закономерностей и критериев пластического деформирования и разрушения горных пород является главнейшей и основополагающей задачей.
Цель работы. Работа посвящена установлению закономерностей пластического деформирования горных пород (твердых тел).
Методы исследования. В работе широко используются аналитические и экспериментальные методы исследований.
Результаты. На основании ранее выполненных автором исследований в работе предлагаются функции поверхности текучести и пластического потенциала. Предельной поверхностью для данных функций является поверхность предела прочности твердых тел (горных пород), описываемая известным критерием Кулона. Указывается на принципиальное сходство предлагаемого критерия пластического деформирования и прочности горных пород с критерием Мора, законом сухого трения Амонтона. Показана возможность применения предлагаемого критерия в качестве паспортной зависимости, причем параметрами данной зависимости выступают характеристики прочности горных пород на срез – сцепление и угол внутреннего трения. В работе дано сравнение предлагаемого теоретического критерия пластичности и прочности с данными экспериментальных исследований в условиях объемного напряженного состояния. Приводится детальный анализ сопоставления теоретических и экспериментальных данных, делаются соответствующие выводы. На основе полученного ранее автором критерия устойчивости откосов выведена аналитическая зависимость, определяющая значение фундаментального параметра иерархии при сдвиговой и разрывной деструкции горных массивов. Указывается на связь данного параметра иерархии с так называемым числом Фидия, определяющим «золотое соотношение». Предложена зависимость для расчета масштабного фактора явления зональной дезинтеграции горных пород вокруг выработок. Дана физическая интерпретация предлагаемым зависимостям для определения фундаментального параметра иерархии горных массивов и масштабного фактора явления зональной дезинтеграции горных пород вокруг выработок в сильнонапряженных горных массивах. Указывается на связь данных параметров с константами, характеризующими орбитальные расстояния планет Солнечной системы.
Выводы. В работе дано экспериментальное подтверждение ранее предложенной теории пластического деформирования и разрушения горных пород, приводятся некоторые теоретические аспекты в продолжение упомянутой теории.

Ключевые слова: функция пластического потенциала; критерий прочности горных пород; критерий Кулона; критерий пластичности; главные напряжения; предел прочности; упрочнение; параметр упрочнения; пластическое деформирование; дилатансия; фундаментальный параметр иерархии; масштабный фактор зональной дезинтеграции горных пород; паспортная зависимость.

Данная статья является продолжением исследований по вопросу создания критерия пластического деформирования и прочности горных пород (твердых тел), а также исследования других закономерностей разрушения горных пород под нагрузкой [1–3].

Итак, предложенный критерий пластичности и прочности в компонентах главных напряжений имеет следующий вид [2, 3]:

$$\sigma_3 = \sigma_1 - 2C\sqrt{\left(1+\frac{\operatorname{tg}\varphi\sigma_1}{C}\right)\left(1+\frac{\operatorname{tg}\varphi k\sigma_3}{C}\right)}, \qquad (1)$$

где $0 \le k \le 1$ – параметр упрочнения.

Критерий (1) определяет в координатной плоскости компонент главных напряжений начальную поверхность текучести (при $k = 0$), поверхность пластического потенциала (поверхность текучести) (при $0 < k < 1$) и теоретическую предельную поверхность (поверхность предела прочности) (при $k = 1$).

В осях компонент на площадке среза критерий имеет вид [2, 3]:

$$\tau = C\left(1+\sin\varphi\right) + \frac{1+k}{1-k}C\sin\varphi\ln\left|\frac{\left(1-k\right)\sigma_n + 2kC\cos\varphi}{\left(1+k\right)C\cos\varphi}\right|. \qquad (2)$$

Критерий (2) определяет в координатной плоскости компонент напряжений на площадке среза начальную поверхность текучести (при $k = 0$), поверхность пластического потенциала (при $0 < k < 1$) и предельную поверхность (поверхность предела прочности), развертывающуюся в линейную функцию критерия Кулона (при $k \to 1$), т. е.

$$\lim_{k\to 1}\tau = \left[\frac{0}{0}\right] = C + \operatorname{tg}\varphi\,\sigma_n.$$

Сразу заметим, что предел прочности горной породы может быть достигнут при $k < 1$, а $k = 1$ определяет теоретически предельно возможную поверхность. Кроме того, отметим, что элементарные акты разрушения в отдельных точках образца происходят на протяжении всего процесса пластического деформирования, но на более низком масштабном (иерархическом) уровне относительно размеров образца. То есть линейное условие (критерий) прочности Кулона выполняется при любом коэффициенте k. Разница состоит лишь в степени участия минимального главного напряжения в обеспечении равновесия по площадкам среза и углах наклона этих локальных площадок. Синхронный разворот этих площадок приводит к их одинаковой ориентировке в пространстве на завершающей стадии разрушения, под углом, равным углу генеральной поверхности разрушения.

Критерий (1) может быть преобразован также к виду:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = C + \operatorname{tg}\varphi\,\sigma_\tau, \qquad (3)$$

где σ_τ – нормальное напряжение (абсцисса), соответствующее среднему геометрическому значению от касательных напряжений в точках с абсциссами $k\sigma_3$ и σ_1.

А если перейти к приведенным напряжениям: $\sigma'_j = \sigma_j + C\operatorname{ctg}\varphi$, то критерий (1) примет следующий простой вид:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2} = \tau_{\max} = \operatorname{tg}\varphi\sqrt{\left(k\sigma_3\right)'\sigma'_1} = \operatorname{tg}\varphi\cdot\sigma', \qquad (4)$$

где σ' – среднее геометрическое значение приведенных напряжений.

Отметим, что линейный критерий Кулона в приведенных напряжениях имеет вид:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2} = \tau_{\max} = \sin\varphi\frac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2}. \qquad (5)$$

Заметим, что зависимость, подобную (3), в качестве критерия прочности предлагал О. Мор, однако вместо среднего геометрического (пропорционального) нормального напряжения (3) рекомендовалась функция (в первом приближении линейная) от среднего арифметического главных напряжений. Сравнивая выражения (4) и (5), приходим к тому же выводу. Кроме того, зависимость (4)

имеет явное сходство с законом сухого трения Амонтона.

До сих пор мы не конкретизировали, что понимается под разрушением горных пород (образца) и какие этапы деформирования предшествуют ему. Под разрушением в данной работе будем понимать разделение (срез с полной потерей сцепления) образца на две части по генеральной поверхности разрушения. На начальном этапе приложения нагрузок образец деформируется упруго, при некотором сочетании главных напряжений (предел упругости) и дальнейшем росте напряженного состояния наступает фаза пластического деформирования. Пластическое деформирование разделяется на ветвь упрочнения и ветвь разупрочнения, которые разделяются максимумом несущей способности образца – пределом прочности горных пород. Упрочнение при пластическом деформировании, как правило, сопровождается дилатансией – общим приращением объема образца (внутренним разрыхлением). Однако при увеличении бокового (гидростатического) обжатия образца σ_3 выше некоторого характерного для данной породы значения эффект дилатансии (увеличения объема) исчезает, а образец горной породы ведет себя как пластическая среда – угол среза стремится к 45°. При таком значении бокового обжатия объемная деформация принимает максимальное значение. Для бурого угля критическим значением σ_3 является 50 МПа, для НВО песчаника 100 МПа, а для мрамора 250 МПа [4]. В этом случае на диаграмме *напряжение–деформация* исчезает максимум (предел прочности), т. е. напряжение, достигнув при упрочнении определенной величины (предела прочности), становится постоянным (график параллелен оси деформации) подобно графику идеальной пластичности. Интенсивность дилатансии как на стадии упрочнения, так и разупрочнения примерно одинакова [4, 5]. При достижении ветвью разгрузки на диаграмме *напряжение–деформация* некоторых значений напряжений стадия пластической деформации заканчивается, кривая выполаживается и становится параллельной оси деформаций, значение напряжения для этого участка соответствует остаточной прочности горной породы. В начале участка остаточной прочности дилатансия (объемные деформации) практически отсутствует или имеет незначительные величины [4]. По данным испытаний на жесткой установке [4, 5] установлено, что разрушение всегда происходит в начале участка остаточной прочности. После разрушения деформация образца идет за счет скольжения друг относительно друга двух частей образца по образовавшейся шероховатой плоскости разрушения [4].

Авторами [6] на основе большого количества экспериментов выделяются три этапа деформирования пород. Первый этап упругого деформирования сопровождается увеличением деформаций в направлении максимального сжатия и уменьшением объема образца. Второй дилатансионный этап сопровождается развитием трещин в образце, разрыхлением, увеличением объема и сравнительно быстрым увеличением диаметра. Третий этап эквиволюмиального течения характеризуется постоянством объема, т. е. приращения радиальных деформаций равны половине приращения осевых деформаций.

Необходимо понимать, что линейный критерий Кулона описывает теоретическую прочность идеальных материалов на срез. Таким образом, для построения паспорта прочности необходимо отбирать идеально одинаковые и однородные (изотропные) образцы, что, разумеется, невозможно в принципе. Кроме того, линейная функция, описываемая критерием Кулона, является предельной. То есть любое несоответствие упомянутым требованиям в процессе испытания будет приводить к тому, что координаты точки строящегося паспорта будут заведомо ниже кулоновской прямой. Это, в свою очередь, будет приводить к криволинейности паспорта прочности.

Авторы [6] указывают, что, по-видимому, для всех материалов существует некоторый абсолютный предел касательных напряжений, к которому должна асимптотически приближаться огибающая и который определяется прочностью атомных связей. Уровень этих предельных напряжений весьма различен. Так, для карбонатных пород средней прочности типа мрамора сильное выполаживание огибающей наблюдается уже при боковых давлениях 80–120 МПа. У глинистых и соляных пород – еще при меньших давлениях. В то же время у крепких изверженных и метаморфических пород предельный уровень касательных напряжений чрезвычайно высок (более 4000 МПа), в обычных горнотехнических условиях напряженного состояния массива не достигается и технически недоступен большинству имеющихся испытательных устройств. Критерии (1) и (2) также прогнозируют выполаживание огибающих с ростом напряжений, причем резкое выполаживание для кривых с меньшим значением k приурочено к меньшим значениям нормальных напряжений, и наоборот.

Различные исследователи при пластическом деформировании и разрушении образцов наблюдают площадки сдвига, ориентированные весьма разнообразно относительно приложения нагрузки. Так, авторы [7] наблюдали углы отклонения площадок среза от направления наибольшего главного сжимающего напряжения на величины от 45° при выходе условий предельного напряженного состояния в горизонтальное положение (условие чистого сдвига) до 18°–20° при изменении напряженного состояния от чистого сдвига до состояния, близкого к одноосному сжатию. Таким образом, углы площадок среза к наименьшему главному напряжению для некоторых видов напряженного состояния могут превышать значение $\pi/4 + \varphi/2$. Кроме того, авторами указывается на увеличение упомянутого угла вплоть до 45° при увеличении от опыта к опыту минимального главного напряжения. А. Надаи [8] со ссылкой на Т. Кармана и Р. Бёкера приводит данные по измерению угла между площадками сдвига со стороны действия наибольшего сжимающего напряжения. Вследствие значительной пластической деформации угол, измеряемый в конце испытаний, отличается от угла, получающегося в момент возникновения поверхностей скольжения, поэтому приходилось вводить поправки. При пластическом состоянии мрамора эти углы увеличиваются от 53° при отсутствии гидростатического давления (одноосное сжатие) до 73° при боковом давлении 685 атм. Опыты показали, что низкому давлению соответствует хрупкое поведение материала, а высокому давлению – пластическое с углом скольжения, достигающим 90°. Также указывается, что данный угол в общем случае зависит не только от рода материала (пластичный, хрупкий), но также от значений главных напряжений и степени упрочнения. В. Н. Одинцев [9] выделяет четыре вида разрушений в зависимости от величины наименьшего главного напряжения (рис. 1).

При очень малых значениях бокового обжатия (менее 1 МПа) развивается первый вид разрушения, представляющий собой отрывные трещины, параллельные действию наибольшего сжимающего напряжения. Второй вид разрушения имеет место при более высоких значениях боко-

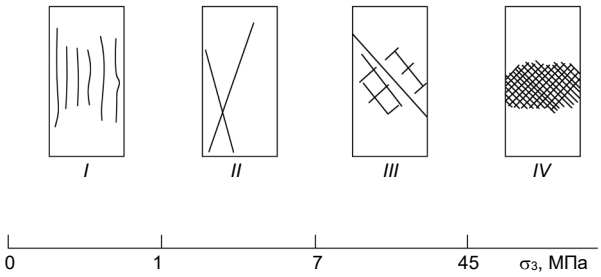


Рисунок 1. Разрушение образцов при различных значениях бокового обжатия [9].

Figure 1. Destruction of samples at different values of lateral compression [9].

вых сжимающих напряжений (1–7 МПа). В конечной стадии разрушения происходит сдвиг по достаточно крутым поверхностям. При значительных боковых сжимающих нагрузках (10–45 МПа) разрушение происходит вдоль единственной плоскости сдвига (третий вид), которая содержит зону мелкозернистого дробления, при этом плоскость сдвига более сильно отклонена от вертикали в сравнении со вторым случаем. Разрушение четвертого типа отвечает пластическому разрушению и происходит при значительных боковых нагрузках (более 45 МПа) (рис. 1) [9].

Также указывается, что угол наклона поверхности разрушения для одной и той же породы различен в зависимости от соотношений главных напряжений [9].

Обнаружение в раздавленных образцах трещин отрыва, параллельных максимальному сжимающему напряжению [7, 9], и теоретическое обоснование данного явления с позиции концепции геодезических линий [10] очень просто и логично объясняется дилатансией, т. е. поперечным расширением с увеличением объема. Именно данные трещины, согласно предлагаемой теории, и являются причиной снижения нормального напряжения на площадке среза. Таким образом, сдвиговая пластичность всегда сопровождается разрывными процессами. Яркий пример – образование трещины отрыва при формировании призмы смещения в откосе.

В работе [11] приведены результаты уникальных экспериментальных исследований прочности и деформируемости горных пород, а также некоторых искусственных материалов (цемент, бетон и т. д.). Исследования проводились на установке пропорционального нагружения. Исследования выполнены в условиях объемного напряженного состояния при $\sigma_1 \geq \sigma_2 = \sigma_3$. В результате получены наибольшие главные напряжения на пределе упругости $\sigma_1^у$ и на пределе прочности $\sigma_1^п$ для различных значений параметра $c = \sigma_3/\sigma_1$. По этим данным были вычислены минимальные главные напряжения на пределе упругости $\sigma_3^у$ и пределе прочности $\sigma_3^п$. Общее количество испытанных проб составило 637. Кроме того, в данной работе приведены значения величин сцепления и углов внутреннего трения при $c = 0$, необходимые для построения теоретических зависимостей (1).

С использованием этих данных, а также зависимости (1) построены графики (рис. 2, *а–т*) теоретических поверхностей: начальная поверхность текучести (предел упругости) $k = 0$, предельная поверхность (предел прочности) $k = 1$. Точками на графиках представлены экспериментальные данные (зеленые квадраты – пределы упругости, красные круги – пределы прочности). Кроме того, определены ориентировочные значения параметра k, соответствующие

Сводные экспериментальные данные по прочности горных пород.

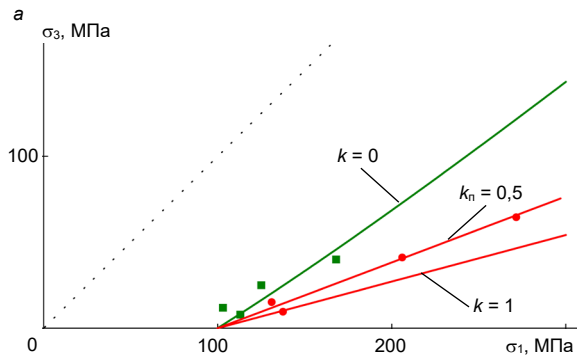
A summary of the experimental data on the strength of rocks.

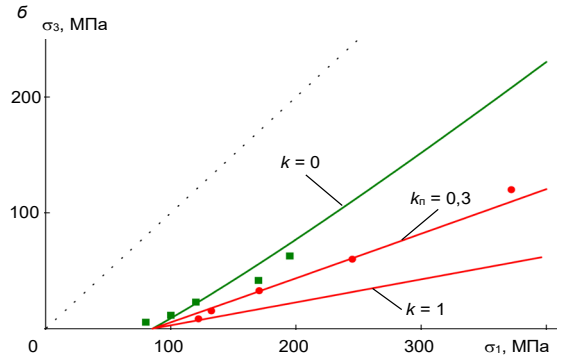
Горная порода	$\sigma_{сж}$, МПа	φ, град	Параметр упрочнения *k*	
			на пределе упругости	на пределе прочности
Данные А. Н. Ставрогина				
Бетон	93	35	0	0,5
Известняк (Эстонсланец)	79,2	42	0	0,3
Каменная соль	33	50	0	0,2
Мрамор 1	116	31	0,2	1
Мрамор 2	76,5	31	0	1
Талькохлорит	94,5	35	0	0,65
Уголь	64	41	0	0,2
Цемент	116	20	0	0,5
Фойяит	130	35	1	1
Кварцевый диорит Д-2	239	43	0,5	0,65
Диабаз 5,7	180	50	0,2	0,3
Диабаз	202	55	0,2	0,3
Диорит 11	368	56	0,1	0,3
Известняк Д-6	185	51	0,1	0,3
Песчаник выбросо-опасный	122	34	1	1
Песчаник, не опасный по выбросам (НВО песчаник)	144	43	0,5	0,65
Песчаник Д-8	134	35	0,5	1
Песчаник П-04	75	40	0,5	1
Данные Kiyoo Mogi				
Доломит	265	43	–	0,65
Известняк	310	39	–	0,6
Мрамор	82	45	–	0,6
Андезит	140	59	–	0,5
Гранит	226	60	–	0,4
Монацит	236	65	–	0,2
Трахит	100	47	–	1

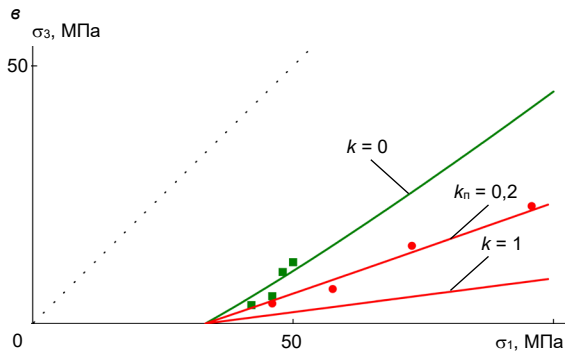
экспериментальным значениям для пределов упругости и прочности, их графики также изображены на рисунках зеленым и красным цветами соответственно.

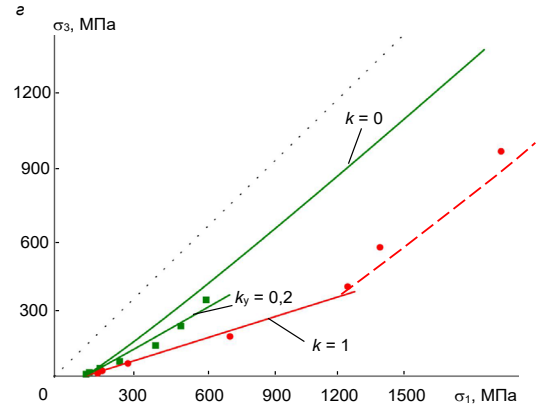
В работе Kiyoo Mogi [12] обобщены данные экспериментальных исследований (Karman (1911), Handin & Hager (1957), Paterson (1958), Mogi (1954, 1965) и др.) прочности горных пород при трехосном (объемном) напряженном состоянии. Результаты данных исследований, отвечающие условию $\sigma_1 \geq \sigma_2 = \sigma_3$, были использованы для анализа. Сцепление и угол внутреннего трения рассчитаны с использованием первых двух пар главных напряжений для каждого наименования горной породы. Отметим, что некоторые полученные значения угла внутреннего трения превышают значение 45° (таблица), что является некорректным, однако они все же были использованы для построения предельных поверхностей в силу незначительного влияния на пространственное положение графиков.

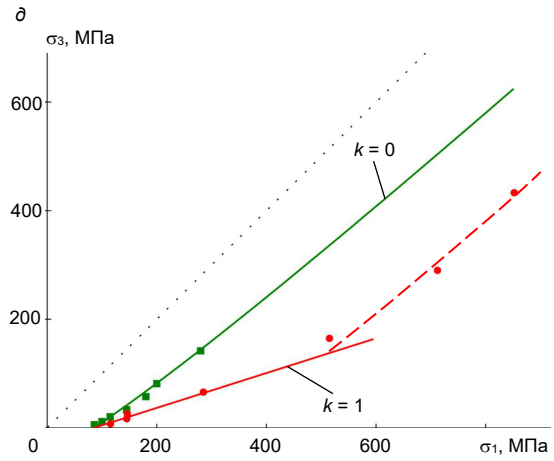
С использованием этих данных и зависимости (1) для каждой горной породы построены теоретические поверхности текучести ($k = 0$) и предельные поверхности ($k = 1$), а также нанесены точки (красный круг), отвечающие значениям пределов прочности, согласно экспериментальным данным (рис. 2, *у–щ*). Так же, как и в предыдущем случае, подобраны ориентировочные значения параметра k, отвечающие наилучшей аппроксимации экспериментальных данных зависимостью (1). Их графики также приводятся

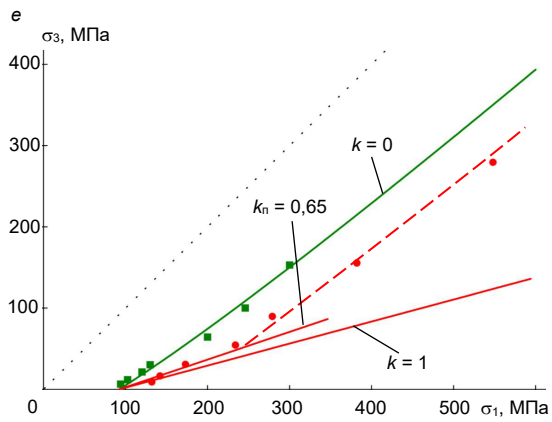

а
σ3, МПа
100
0
100
200
σ1, МПа
k = 0
kп = 0,5
k = 1

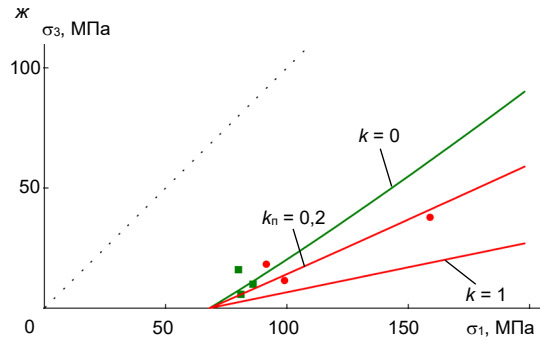

б
σ3, МПа
200
100
0
100
200
300
σ1, МПа
k = 0
kп = 0,3
k = 1

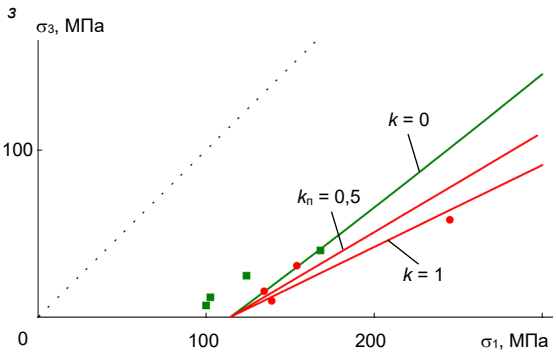

в
σ3, МПа
50
0
50
σ1, МПа
k = 0
kп = 0,2
k = 1

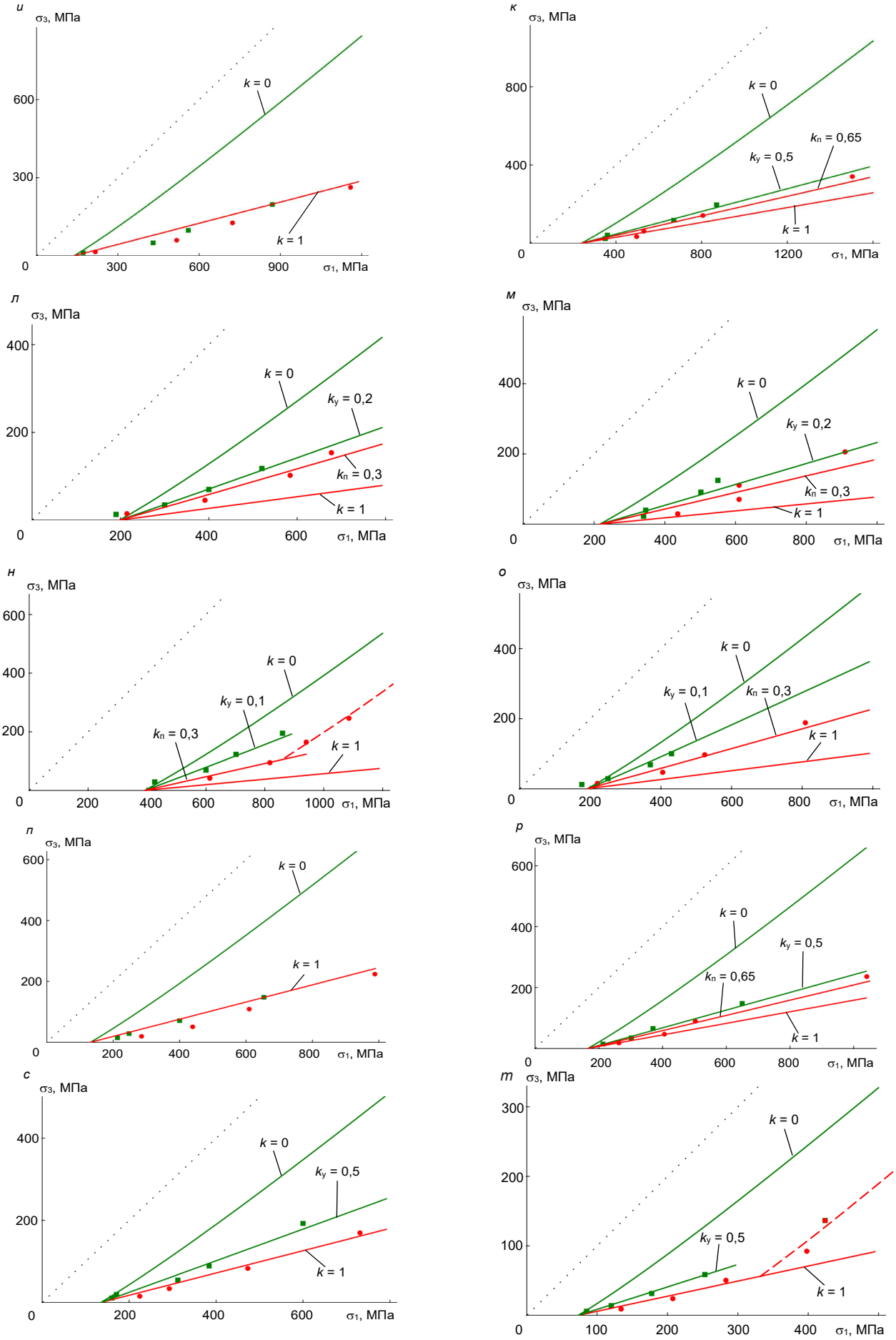

г
σ3, МПа
1200
900
600
300
0
300
600
900
1200
1500
σ1, МПа
k = 0
ky = 0,2
k = 1


д
σ3, МПа
600
400
200
0
200
400
600
σ1, МПа
k = 0
k = 1


е
σ3, МПа
400
300
200
100
0
100
200
300
400
500
σ1, МПа
k = 0
kп = 0,65
k = 1


ж
σ3, МПа
100
50
0
50
100
150
σ1, МПа
k = 0
kп = 0,2
k = 1


з
σ3, МПа
100
0
100
200
σ1, МПа
k = 0
kп = 0,5
k = 1


и
σ3, МПа
k = 0
k = 1
σ1, МПа
к
σ3, МПа
k = 0
kп = 0,65
kу = 0,5
k = 1
σ1, МПа
л
σ3, МПа
k = 0
kу = 0,2
kп = 0,3
k = 1
σ1, МПа
м
σ3, МПа
k = 0
kу = 0,2
kп = 0,3
k = 1
σ1, МПа
н
σ3, МПа
k = 0
kу = 0,1
kп = 0,3
k = 1
σ1, МПа
о
σ3, МПа
k = 0
kу = 0,1
kп = 0,3
k = 1
σ1, МПа
п
σ3, МПа
k = 0
k = 1
σ1, МПа
р
σ3, МПа
k = 0
kу = 0,5
kп = 0,65
k = 1
σ1, МПа
с
σ3, МПа
k = 0
kу = 0,5
k = 1
σ1, МПа
т
σ3, МПа
k = 0
kу = 0,5
k = 1
σ1, МПа

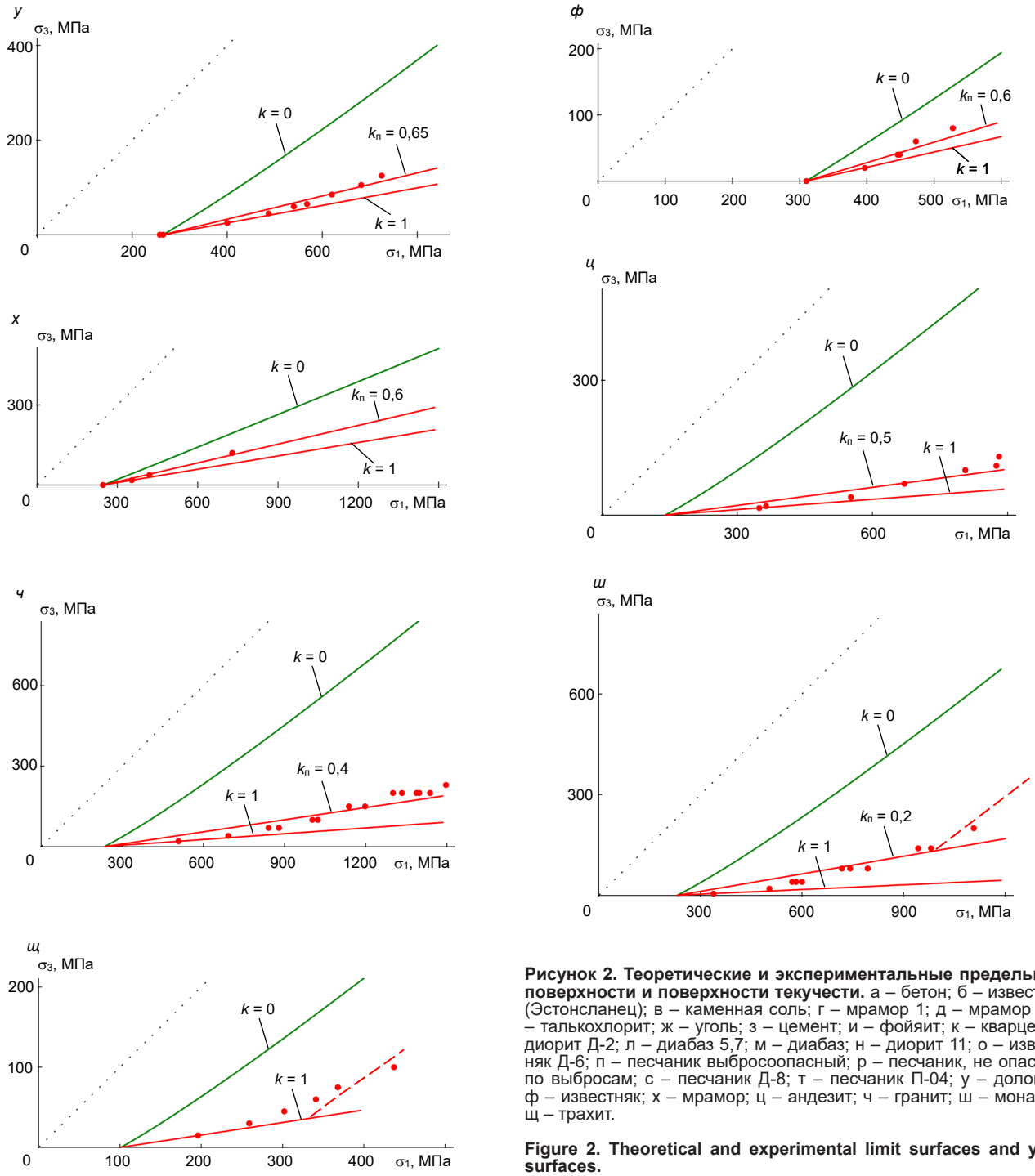


Рисунок 2. Теоретические и экспериментальные предельные поверхности и поверхности текучести. а – бетон; б – известняк (Эстонсланец); в – каменная соль; г – мрамор 1; д – мрамор 2; е – талькохлорит; ж – уголь; з – цемент; и – фойяит; к – кварцевый диорит Д-2; л – диабаз 5,7; м – диабаз; н – диорит 11; о – известняк Д-6; п – песчаник выбросоопасный; р – песчаник, не опасный по выбросам; с – песчаник Д-8; т – песчаник П-04; у – доломит; ф – известняк; х – мрамор; ц – андезит; ч – гранит; ш – монацит; щ – трахит.

Figure 2. Theoretical and experimental limit surfaces and yield surfaces.

(рис. 2, *у–щ*). Из работы [12] неясно, при каком виде нагружения (простом (пропорциональном) или сложном) производились испытания. С другой стороны, в работе А. Н. Ставрогина и А. Г. Протосени [11] при исследованиях на гидравлических установках простого и сложного нагружения (ГУПН и ГУСН) доказывается независимость пределов упругости и прочности от вида нагружения.

В таблице приведены сводные данные (рис. 2), содержащие значения параметра упрочнения k на пределе упругости и пределе прочности.

Сделаем ряд замечаний. Уравнение (1) определяет теоретический предел упругости при $k = 0$ и теоретический предел прочности при $k = 1$. Данное уравнение получено аналитическим способом из условия сплошности среды, обладающей трением и сцеплением. Элементарные акты разрушения происходят в течение всего времени упрочнения, т. е. теоретически при изменении $0 \le k \le 1$. Напряжение σ_1 в опытах [11] определялось косвенно, а предел упругости графическим методом.

Анализ графиков (рис. 2, *а–щ*) и таблицы позволяет сделать следующие выводы.

1. Практически все значения пределов прочности и упругости попали в теоретический интервал $0 \le k \le 1$, что является очень важным, ведь понятия предел прочности

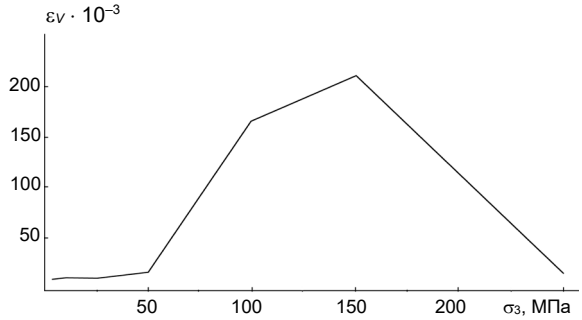


Рисунок 3. Зависимость объемной деформации расширения мрамора от бокового давления [5].

Figure 3. The dependence of the volumetric strain expansion of the marble from lateral pressure [5].

и предел упругости связываются с образованием трещин (микроразрушений).

2. Во всех случаях экспериментальные данные для пределов упругости и пределов прочности достаточно адекватно описываются уравнением (1) для различных значений параметра упрочнения k (рис. 2, *а–щ*).

3. Пластическое деформирование всех без исключения рассматриваемых горных пород и других материалов происходило в двух режимах, которые можно условно назвать упругопластическим (рис. 2, *а–з*) и хрупким (рис. 2, *и–т*). Для упруго-пластического режима характерен переход в пластическую фазу деформирования при значении параметра упрочнения k близком к нулю, и выход на предел прочности при $0{,}2 \le k \le 1$. Для хрупкого режима характерно очень близкое (в пределах точности определений) расположение поверхностей, характеризующих предел упругости и предел прочности, т. е. их совпадение. Таким образом, можно утверждать, что предлагаемая функция начальной поверхности текучести (предела упругости) при срезе (уравнение (1) при $k = 0$) горных пород, у которых данный предел вообще существует, т. е. не совпадает с пределом прочности (идеально хрупкие породы), подтверждается экспериментальными данными (рис. 2, *а–з*).

4. При превышении некоторых значений гидростатических напряжений $\sigma_2 = \sigma_3$ (как отмечалось ранее, для разных пород этот предел различен) предельная поверхность для горных пород определяется не значениями параметра упрочнения $0{,}2 \le k \le 1$, а тем же уравнением (1) но при $k = 0$, более точно – графиком, параллельным начальной поверхности текучести (рис. 2, *г*, *д*, *е*, *н*, *т*, *ш*, *щ*). То есть при пластическом деформировании начальная поверхность текучести (1) при $k = 0$ как бы расширяется (изотропное упрочнение). В этом случае упрочнение происходит без заметного увеличения объема испытываемого образца (дилатансии). Вид деформирования и разрушения, протекающий без заметного увеличения объема, называется пластическим [4, 6]. Точка перехода с одного закона упрочнения на другой соответствует максимуму объемной деформации или дилатансионных изменений (рис. 3). Поверхность текучести (1) при $k = 0$ прогнозирует затухание пластической деформации с ростом бокового напряжения (рис. 3), поверхность текучести с непрерывно растущим параметром упрочнения k и бóльшим нуля прогнозирует ее рост. При таком значении бокового обжатия образцов на диаграмме в координатах *напряжение–деформация* исчезает максимум, соответствующий пределу прочности горной породы (рис. 4). В этом случае величина напряжения достигает некоторого значения (в данном примере 100 МПа) (рис. 4) и деформируется на данном уровне напряжений, а понятие остаточной прочности утрачивается. Таким образом, предельная поверхность становится параллельной поверхности идеальной пластичности (среда Рейса–Прандтля) (рис. 4), которая, в свою очередь, определяется в осях главных напряжений уравнением (1) при $k = 0$.

Здесь уместно вспомнить о кардинальном несовпадении предельных огибающих, полученных при стабилометрических испытаниях и методом косого среза (рис. 5) [6].

В действительности при косом срезе разрушение происходит по заданной поверхности, т. е. поверхность пластичности совпадает с поверхностью разрушения (предела прочности), а процесс дилатансии ограничен. Именно поэтому предельная поверхность, полученная косым срезом, значительно положе своего объемного аналога. Таким образом, паспорт прочности на косой срез описывается уравнением (2) при $k < 1$ или даже $k = 0$.

Здесь прослеживается аналогия на «запрет» дилатансии при стабилометрическом испытании и косом срезе и, соответственно, аналогия при переходе на другую предельную поверхность.

5. Итак, ранее было выделено три режима пластического деформирования и разрушения, которые условно будем называть упруго-пластическим, хрупким и пластическим. В первых двух случаях наибольшее главное напряжение σ_1, достигнув предельной поверхности (предела прочности), начинает снижаться (разупрочнение), а пластические деформации при этом продолжают расти. Разрушение (разделение на две части) произойдет на поверхности, характеризующей остаточную прочность. При пластическом или квазипластическом характере деформирования и разрушения наибольшее главное напряжение σ_1, достигнув предельной поверхности, не изменяется с ростом пластических деформаций, вплоть до разрушения.

6. Параметр упрочнения k на пределе прочности оказался равным единице (до определенного значения напряжений) примерно в 30 % случаях, в остальных случаях он принимал несколько меньшие значения, тем не менее не ниже 0,2. Его среднее значение по всей выборке состави-

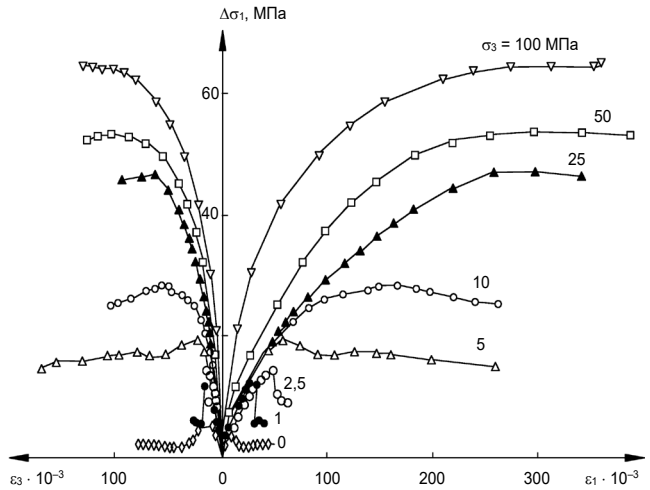


Рисунок 4. Диаграмма деформирования бурого угля [4].

Figure 4. Stress-strain diagram of brown coal [4].

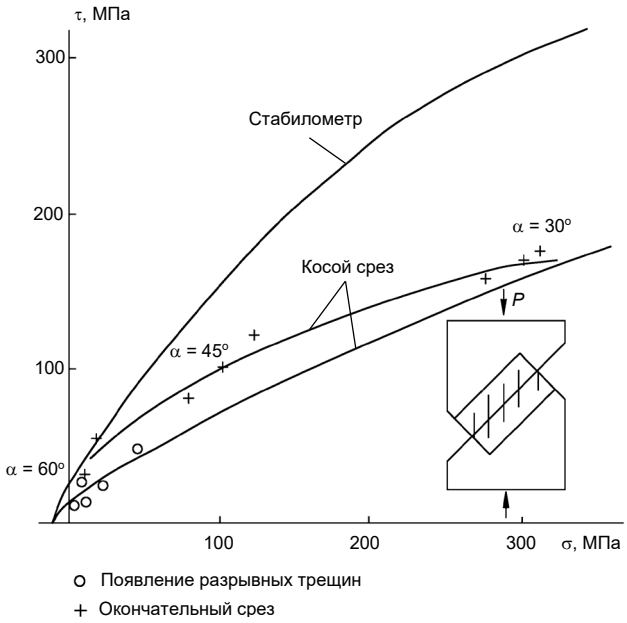


Рисунок 5. Результаты испытания магнезита методом косого среза [6].

Figure 5. The results of the test of magnesite by oblique cut method [6].

ло 0,6. Данный факт достаточно просто объясним. Дело в том, что уравнение (1) получено при условии сплошности среды во время пластического деформирования, в действительности же материал (горная порода) теряет свою сплошность при развитии процесса дилатансии. Подтверждением сказанному является хорошее совпадение теоретических и экспериментальных данных для пределов упругости горных пород и искусственных материалов (рис. 2, *а–з*). Ведь до предела упругости материал является сплошным. В связи с этим большее отклонение параметра упрочнения k от единицы может свидетельствовать о большем разуплотнении материала, т. е. о большем несоответствии горной породы сплошной среде. Напротив, отклонение экспериментальных данных пределов упругости в сторону занижения σ_1 (в рассматриваемых опытах такого отклонения практически не наблюдалось) может свидетельствовать о начальной неоднородности материала (горной породы) – несоответствие сплошной среде. Отклонение в сторону повышения σ_1 говорит о том, что пластическая деформация идет без каких-либо изменений структуры образца, а значит, ничем не отличается от упругой деформации. Для таких горных пород пределы упругости и прочности практически совпадают (рис. 2, *и–т*), такие горные породы близки к идеально хрупким. Таким образом, отклонения теоретических и экспериментальных данных для параметра упрочнения может служить показателем сплошности, структурной нарушенности горных пород.

7. По-видимому, теоретическое представление пластически деформирующейся горной породы сплошной средой приводит к замедлению процесса упрочнения, т. е. практический предел прочности достигается при значениях k, несколько меньших единицы. Степень данного несоответствия определяется степенью соответствия деформирующегося образца сплошной среде.

8. Как указывалось ранее, при $k = 1$ уравнение (2) переходит в линейный критерий Кулона. Таким образом, критерий Кулона можно трактовать как критерий прочности на срез для идеально сплошного, однородного тела. Другими словами, криволинейность истинной (экспериментальной) огибающей (паспорт прочности) придает неоднородность (поры, микротрещины, включения и т. д.). Авторы [4] выделяют целый ряд эффектов, вызванных неоднородностью, и отмечают следующее. Горные породы чаще всего представляют конгломерат связанных между собой различных зерен, что приводит к неоднородности свойств. Неоднородность является важной характеристикой горных пород. Количественные и качественные проявления фактора неоднородности особенно сильны при напряжениях, превышающих предел упругости. Ввиду неоднородности горных пород проявляются следующие эффекты: 1) сильное повышение прочности пород с ростом бокового давления; 2) увеличение пластичности с ростом бокового давления; 3) увеличение объема при осевом сжатии (эффект разрыхления) с ростом бокового давления и наличие максимума эффекта разрыхленности при определенной для данной породы величине бокового давления; 4) зависимость коэффициента поперечной остаточной деформации от величины бокового давления, при этом величина коэффициента достигает нескольких, а иногда десятков единиц (при пластическом характере разрушения стремится к 0,5); 5) зависимость угла ориентировки плоскостей скольжения (линий Чернова–Людерса) относительно главных осей от величины бокового давления; 6) падение напряжений после перехода за предел прочности (в запредельной области); 7) наличие остаточной прочности в запредельной области [4].

9. Близость параметров упрочнения k на пределе упругости и пределе прочности, а также их общее стремление к единице ($k_у \approx k_п = 1$) может служить относительным критерием удароопасности горных пород. Первое условие подразумевает наличие большой емкости для накопления потенциальной энергии деформации, а второе – низкую степень ее рассеяния в процессе упрочнения до предела прочности, в момент, когда происходит динамическое разрушение.

Таким образом, сопоставление теоретических результатов и результатов экспериментальных исследований показывает, что критерий пластичности и разрушения (1) адекватно описывает предельные поверхности и поверхности текучести для различных значений параметра k. При этом установлено, что для пород, обладающих выраженным пределом упругости, последний определяется уравнением (1) при $k_у = 0$. Фактическое значение параметра упрочнения $k_п$ на пределе прочности для разных пород варьируется в пределах $0{,}2 \le k_п \le 1$, данное значение определяет степень разупрочнения при пластическом деформировании и, по-видимому, связано с конкретными особенностями горных пород (структура, форма и размеры зерен и т. д.). Его значение для различных типов горных пород рекомендуется определять экспериментально. Соотношения и величины параметров упрочнения на пределе упругости и пределе прочности могут служить показателем удароопасности горных пород.

Одним из фундаментальных свойств горного массива, впрочем, как и любой другой системы, является его иерархичность, обеспечивающая ему устойчивость и неуязвимость. По-видимому, одним из первых на это свойство горного массива обратил внимание академик М. А. Садовский (1989), отметив при этом, что отношения размеров соседних уровней иерархии дают приблизительно одно

и то же число (иерархическая постоянная деструкции), равное 3,5 [13]. Согласно исследованиям по физике твердого тела академика С. Н. Журкова, В. С. Куксенко и других (1977) [14], концентрационный критерий укрупнения трещин равен $e \approx 3$. Коэффициент линейного вложения блоков, по данным академика М. В. Курлени и чл.-корр. В. Н. Опарина (1992–1994), в рамках геомеханических исследований оценивается значениями 2–5, например [15]. Астрофизическим аналогом приведенных ранее параметров, характеризующих дезинтеграцию горных пород, является фундаментальный параметр иерархии или число А. М. Чечельницкого (1978–1988), равный 3,66 [16].

Если предположить, что вся накопленная в некоторой области твердого тела упругая энергия полностью и без дополнительных притоков будет расходоваться на создание новых поверхностей разрушения – свободное разрушение [17], то отношение $2\mu\eta/A$ в вариационном принципе [3] будет характеризовать линейный размер области, перпендикулярный вновь образованной сдвиговой трещине, достаточный для ее создания. Таким образом, с учетом интегрального функционала [18] имеем:

$$L = \frac{2\mu\eta}{A} = \frac{2\mu\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\vartheta}}{\mathrm{tg}\,\vartheta - \mathrm{tg}\,\varphi}, \qquad (6)$$

где ϑ – угол наклона площадки среза к минимальному главному напряжению.

Подставим в уравнение (6) значение $\vartheta = \pi/4 + \varphi/2$ и получим

$$L = 4\mu \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right). \qquad (7)$$

Очевидно, что величина μ в формуле (7) представляет собой критический размер образовывающейся структуры, зависящий от абсолютного значения подводимой упругой энергии. Таким образом, коэффициент вложения блоков (отношение размеров блоков соседних уровней иерархии) или фундаментальный параметр иерархии при сдвиговой деструкции определится зависимостью:

$$\lambda = \frac{L}{\mu} = 4\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right). \qquad (8)$$

Перейдем к анализу выражения (8). Учитывая пределы изменения угла внутреннего трения, получим:

$$\lambda = 2,828_{\varphi=0} - 3,696_{\varphi=\pi/4}. \qquad (9)$$

Для осредненного значения отношений размеров блоков соседних рангов равного 3,5 по М. А. Садовскому, исходя из уравнения (8) имеем $\varphi \approx 32^{\circ}$, что достаточно точно соответствует скальному массиву. Таким образом, формула (8) может быть использована для прогнозирования угла внутреннего трения трещиноватого горного массива.

Примечательно, что среднее значение λ из зависимости (9) связано с так называемым числом Фидия: $\Phi \approx 1,618$ («золотое сечение», или «золотая пропорция») – деление единого целого на две части (1 и 0,618), при котором меньшая часть (ассоциированная со свободой выбора) относится к большей (ассоциированной с системными законами) так же, как большая часть относится к целому. Только те элементы системы, которые несут в себе «золотое соотношение» между свободой выбора и закономерностью, могут устойчиво существовать длительное время. Итак, теоретическое среднее λ_0, согласно зависимости (9), с точностью менее 1 % может быть выражено:

$$\lambda_0 \approx 2\Phi. \qquad (10)$$

Анализ полученных результатов, в том числе и выражения (10), наталкивают на мысль о том, что масштабный фактор зональной дезинтеграции α [15] должен, каким-то образом, быть связан с параметром иерархии λ при деструкции горных массивов, да и вообще иметь физический смысл. По мнению автора, упомянутая связь выражается зависимостью [2, 3]:

$$\alpha = \frac{\lambda}{2} = 2\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right). \qquad (11)$$

Действительно, у масштабного фактора α и параметра иерархии λ появляется вполне явное и логическое толкование: чем больше угол внутреннего трения, тем больше упругой энергии рассеивается при создании новых поверхностей (структур), а значит, количество данных поверхностей или зон дезинтеграции необходимо меньше. Таким образом, физический смысл выражений (8) и (11) – показатели диссипации энергии. В средах, где диссипация энергии от внутреннего трения отсутствует, т. е. $\varphi = 0$, $\alpha = \sqrt{2}$, что удивительно точно соответствует величине, предложенной в работе [15].

До сих пор речь шла о сдвиговом характере дезинтеграции и разрушения, однако, как указывалось ранее, при сдвиговой пластической деформации возникают дилатансионные разрывы, расстояния между которыми можно оценить по формуле:

$$R = L\left[\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)\right]^{-1} = 4\mu. \qquad (12)$$

Таким образом, для однородного и изотропного континуума линейный коэффициент вложения (параметр иерархии) теоретически может составлять от 2,82 до 4, а параметр (11) соответственно от 1,41 до 2. Разумеется, неоднородность и анизотропия горного массива приведут к некоторому разбросу относительно теоретических значений.

М. В. Курленя и В. Н. Опарин предложили значительно расширить область использования зависимости $\alpha = \sqrt{2}$, применив ее для обоснования атомно-ионных радиусов и зон «неопределенностей» электронов химических элементов таблицы Д. И. Менделеева [19, 20], зон геодезинтеграции, их сопоставления с разрезом Земли по Гутенбергу и размеров литосферных плит, континентов, морей [15], стратификации недр Луны, Солнца и планетарных радиусов Солнечной системы (закон Тициуса–Боде) [21].

Последовательность радиусов планетарных орбит приближенно описывается геометрической прогрессией. В первоначальной форме того закона радиус орбиты (в астрономических единицах) n-й планеты (считая от Солнца) определяется формулой [22]:

$$R_n = 0,4 + 0,3 \cdot 2^n, \qquad (13)$$

где $n \to -\infty$ для Меркурия; $n = 0$ для Венеры; $n = 1$ для Земли; $n = 2$ для Марса и т. д.

Позднее нашли более лучшее, чем (13), приближение, которое дает простая геометрическая прогрессия [22]:

$$R_n = R_0 \cdot 1{,}89^n, \qquad (14)$$

где R_0 – постоянная.

Кроме того, известно [15, 22], что отношение радиусов орбит соседних планет Солнечной системы лежит примерно в диапазоне:

$$1{,}4 \le \beta \le 2. \qquad (15)$$

Заметим, что эмпирический коэффициент в формуле (14) с точностью около 2 % совпадает с максимальным значением ($\varphi \to \pi/4$) параметра (11) – 1,85.

Примечательно, что зависимость, описывающая положение зон дезинтеграции вокруг выработок [15] и зависимость (13), описывающая положение предпочтительных (доминантных, элитных) орбит планет солнечной системы, задаются степенными законами с основаниями $\sqrt{2}$ и 2. Кроме того, данные величины квантованы (меняются дискретно, порциями) по номерам зон i и орбит n, т. е. могут принимать только целочисленные значения. Здесь уместно вспомнить о квантовании боровских орбит, т. е. радиусы боровских орбит растут пропорционально квадратам целых чисел. В данном случае закон показательный (квадратичный). А. М. Чечельницкий в рамках развиваемой им же концепции волновой Вселенной, т. е. наблюдаемая Вселенная – это мир волновых динамических систем (атом, Солнечная система и т. д.), при обосновании орбитальных расстояний, иерархий оболочек и элитных скоростей рассматривал как квадратичный закон Бора, так и степенной по основаниям $\sqrt{2}$ и 2 [16]. Таким образом, прослеживается полная аналогия процессов на микро- и макроуровне.

В механике горных пород и твердых деформируемых сред есть предположение, что существуют такие зависимости, связывающие между собой некоторые комбинации напряжений и деформаций (их приращений), имеющие универсальный, независящий от вида нагружения (пропорциональное или простое, сложное) и состояния среды (упругость, пластичность, запредельное деформирование, разрушение) характер. Такие зависимости называются паспортными, а в качестве комбинаций напряжений и деформаций могут выступать их средние значения, полуразности главных напряжений, интенсивности, инварианты и получаемые из некоторых предположений (гипотез). Другими словами, зависимости между одноименными комбинациями напряжений и деформаций должны быть едиными (паспортными). Кроме того, можно сделать дополнительное допущение, например, о линейности взаимосвязи комбинаций на всех стадиях деформирования. Таким образом, для описания поведения породы под нагрузкой при произвольном нагружении и любой стадии деформирования достаточно установить из простейших опытов параметры (константы материала) паспортной зависимости. Построением паспортных зависимостей на различных стадиях деформирования занимались А. М. Коврижных, А. И. Чанышев [23]. Паспортная зависимость А. И. Чанышева имеет вид:

$$\frac{\sigma_1+\sigma_3}{2}\cos\alpha - \frac{\sigma_1-\sigma_3}{2}\sin\alpha = \lambda\left(\frac{\varepsilon_1+\varepsilon_3}{2}\cos\alpha - \frac{\varepsilon_1-\varepsilon_3}{2}\sin\alpha\right),$$

где λ, α – параметры материала (горной породы), определяемые экспериментально.

Предлагаемое ранее уравнение (1) также является паспортным. Как указывалось, параметр упрочнения k определяет степень пластического деформирования или упрочнения. Значение $k = 0$ соответствует идеальной пластичности, а $k = 1$ соответствует предельно возможному напряженному состоянию (предел прочности может быть достигнут и при $k < 1$). На стадии упрочнения коэффициент k в формуле (1) можно выразить зависимостью:

$$k = \frac{\left|d\varepsilon_3 \,/\, d\varepsilon_1\right|}{\left[\left(1+\sin\varphi\right)/\left(1-\sin\varphi\right)\right]}, \qquad (16)$$

где $d\varepsilon_1$, $d\varepsilon_3$ – приращения пластических деформаций по главным осям (скорости деформаций).

Таким образом, получим нелинейное уравнение, связывающее напряжения и приращения деформаций на стадии упрочнения, параметрами данной зависимости являются сцепление и угол внутреннего трения. Данным же уравнением может быть описана и стадия разупрочнения, в этом случае коэффициент k будет, наоборот, убывать вплоть до разрушения.

Числитель в уравнении (16) представляет собой коэффициент дилатансии. Как показывает анализ экспериментальных данных, этот коэффициент остается примерно постоянным все время упрочнения и даже разупрочнения [11]. Его конкретные значения с достаточной точностью можно определить, если в качестве функции пластического потенциала взять выражение (1) при $k = 0$. Примем, что на пределе прочности коэффициент дилатансии определяется формулой $1+\sin\varphi$, полученной линейной аппроксимацией функции пластического потенциала, тогда зависимость (16) будет иметь вид:

$$k = 1 - \sin\varphi. \qquad (17)$$

Таким образом, с учетом формул (1) и (17), приближенное значение предела прочности горных пород при срезе определится зависимостью:

$$\sigma_3 = \sigma_1 - 2C\sqrt{\left(1+\frac{\mathrm{tg}\varphi\sigma_1}{C}\right)\left(1+\frac{\mathrm{tg}\varphi\left(1-\sin\varphi\right)\sigma_3}{C}\right)}. \qquad (18)$$

Сопоставление зависимости (18) с экспериментальными данными показывает, что для горных пород и искусственных материалов с пластическим характером разрушения ($k_у \approx 0$) формула (18) достаточно хорошо описывает предел прочности, а для хрупких материалов ($k_у \ge 0{,}2$; $k_п \ge 0{,}3$) формула (18) определяет предел упругости. Однако заметим, что для хрупких горных пород предел упругости и предел прочности очень близки друг к другу. Оговоримся, что разделение горных пород на хрупкие и пластичные, с использованием коэффициентов $k_у$; $k_п$, достаточно условное. И вообще, разделение значениями коэффициента упрочнения k пространства между пределом упругости ($k_у = 0$) и пределом прочности ($k_п = 1$) крайне нелинейное. Так, значения напряжений при $k = 0$ и $k = 0{,}5$ будут отличаться весьма существенно, а при $k = 0{,}5$ и $k = 1$, уже не так значительно. Поэтому сравнение экспериментальных и теоретических данных по значениям коэффициента упрочнения не корректно.

Таким образом, уравнение (18) достаточно хорошо описывает предельную поверхность в координатной плоскости σ_1, σ_3, однако, если теперь подставить параметр упрочнения (17) в зависимость (2), то данный паспорт прочности будет резко отличаться от огибающей, построенной с использованием кругов Мора, а точнее пар значений главных напряжений σ_1, σ_3. И в этом нет ничего удивительного, так как круги Мора строятся при значениях параметра упрочнения $k = 1$, в действительности же, как

показано выше, предел прочности горных пород зачастую достигается при значениях $k<1$. Таким образом, построенная по результатам стабилометрическхих испытаний огибающая, будет увеличивать область прочности при тех же прочностных характеристиках. Именно этим и объясняется кардинальное несовпадение паспортов прочности, полученных при стабилометрических испытаниях и косым срезом (см. рис. 5).

ЛИТЕРАТУРА

1. Жабко А. В. Предельное напряженное состояние горных пород // Изв. вузов. Горный журнал. 2015. № 5. С. 50–55.
2. Жабко А. В. Законы пластического деформирования и деструкции твердых тел // Изв. УГГУ. 2017. № 2 (46). С. 82–87.
3. Жабко А. В. Прочность континуума (твердых тел) // Изв. вузов. Горный журнал. 2017. № 4. С. 47–55.
4. Ставрогин А. Н., Тарасов Б. Г., Ширкес О. А., Певзнер Е. Д. Прочность и деформация горных пород в допредельной и запредельной областях // ФТПРПИ. 1981. № 6. С. 3–11.
5. Ставрогин А. Н., Протосеня А. Г. Прочность горных пород и устойчивость выработок на больших глубинах. М.: Недра, 1985. 271 с.
6. Карташов Ю. М., Матвеев Б. В., Михеев Г. В. и др. Прочность и деформируемость горных пород. М.: Недра, 1979. 269 с.
7. Ставрогин А. Н., Тарасов Б. Г. Экспериментальная физика и механика горных пород. СПб.: Наука, 2001. 343 с.
8. Надаи А. Пластичность и разрушение твердых тел / пер. с англ.; под ред. Г. С. Шапиро. М.: ИЛ, 1954. 648 с.
9. Одинцев В. Н. Отрывное разрушение массива скальных горных пород. М.: ИПКОН РАН, 1996. 166 с.
10. Морозов Е. М., Фридман Я. Б. Траектории трещин хрупкого разрушения как геодезические линии на поверхности тела // ДАН СССР. 1961. Т. 139, № 1. С. 87–90.
11. Ставрогин А. Н., Протосеня А. Г. Пластичность горных пород. М.: Недра, 1979. 301 с.
12. Kiyoo Mogi. Experimental rock mechanics. London: Taylor & Francis Group, 2007. 361 p.
13. Садовский М. А. Естественная кусковатость горной породы // ДАН СССР. 1979. Т. 247, вып. 4. С. 829–831.
14. Куксенко В. С., Инжеваткин И. Е., Манжиков Б. Ц. и др. Физические и методические основы прогнозирования горных ударов // ФТПРПИ. 1987. № 1. С. 9–22.
15. Опарин В. Н., Курленя М. В. О скоростном разрезе Земли по Гутенбергу и возможном его геомеханическом объяснении. Ч. I. Зональная геодезинтеграция и иерархический ряд геоблоков // ФТПРПИ. 1994. № 2. С. 14–26.
16. Чечельницкий А. М. Законы орбитальных расстояний, Тициуса–Боде и постоянная тонкой структуры – как микро и мегапараметр волновой Вселенной. URL: http://lib.uni-dubna.ru
17. Шемякин Е. И. О свободном разрушении твердых тел // ДАН СССР. 1988. Т. 300. С. 1090–1094.
18. Жабко А. В. Теория расчета устойчивости откосов и оснований. Общая теория расчета устойчивости однородных откосов // Изв. УГГУ. 2016. № 1(41). С. 72–83.
19. Курленя М. В., Опарин В. Н. О масштабном факторе явления зональной дезинтеграции горных пород и канонических рядах атомно-ионных радиусов // ФТПРПИ. 1996. № 2. С. 3–14.
20. Курленя М. В., Опарин В. Н. Проблемы нелинейной геомеханики // ФТПРПИ. 1999. № 3. С. 12–26.
21. Опарин В. Н. Масштабный фактор явления зональной дезинтеграции горных пород и стратификация недр Луны по сейсмическим данным // ФТПРПИ. 1997. № 6. С. 3–17.
22. Кашубин С. Н., Виноградов В. Б., Кузин А. В. Физика Земли / под ред. В. В. Филатова. 2-е изд., испр. и перераб. Екатеринбург: УГГУ, 2005. 188 с.
23. Чанышев А. И., Куренкеева Б. О. К вопросу построения паспортных зависимостей для горных пород // Проблемы и перспективы развития горных наук: сб. статей междунар. конф. (1−5 нояб. 2004 г.). Новосибирск, 2004. С. 308−312.

Поступила 6 января 2018 г.

DOI 10.21440/2307-2091-2018-1-68-79

Theoretical and experimental aspects of plastic deformation and destruction of rocks

Andrey Viktorovich Zhabko
zhabkoav@mail.ru
Ural State Mining University
Ekaterinburg, Russia

The urgency of the problem. The main process in mining is the process of destruction of rocks, so the establishment of laws and criteria for plastic deformation and destruction of rocks is the most important and fundamental object.
Purpose of the work. The work is devoted to the establishment of laws of plastic deformation of rocks (solids).
Methods of research. Analytical and experimental research methods are widely used in this work.
Results. On the basis of the earlier studies, which were carried out by the author, the functions of the yield surface and the plastic potential are proposed. The limiting surface for these functions is the surface of the ultimate strength of solids (rocks), described by the Coulomb criterion. The author indicated the fundamental similarity between the proposed criterion of plastic deformation and rock strength with the Mora criterion and with the dry friction law of Amonton. The possibility of applying the proposed criterion as passport dependence is demonstrated. The characteristics of rock strength for shear adhesion and the angle of internal friction act as the parameters of this dependence. The paper provides comparison of the proposed theoretical criterion of plasticity and strength to the experimental data under the conditions of the three-dimensional stress state. The detailed analysis of this comparison between theoretical and experimental data is given, the corresponding conclusions are drawn. An analytical dependence was derived on the basis of the stability criterion obtained earlier by the author. It determines the value of the fundamental parameter of the hierarchy during shear and discontinuous destruction of mountain ranges. The relationship of this parameter hierarchy with the so-called number of Phidias, which determines the "Golden ratio", is indicated. The dependence for calculation of a large-scale factor of the phenomenon of zonal disintegration of rocks around mine workings is offered. The physical interpretation of the proposed dependences to determine the fundamental parameter of the hierarchy of mountain ranges is given. The scale factor of the phenomenon of zonal disintegration of rocks around the workings in the strongly stressed mountain ranges is represented as well. The relation between these parameters and constants characterizing the orbital distances of the solar system planets is indicated.
Summary. This paper presents an experimental confirmation of the previously proposed theory of plastic deformation and fracture of rocks; some theoretical aspects are given in the continuation of the mentioned theory.

Keywords: function of plastic potential; criterion of rock strength; criterion of Coulomb; criterion of plasticity; main stresses; tensile strength; hardening; parameter of hardening; plastic deformation; dilatancy; fundamental parameter of hierarchy; scale factor of zonal disintegration of rocks; passport dependence.

REFERENCES

1. Zhabko A. V. 2015, *Predel'noye napryazhennoye sostoyaniye gornykh porod* [Limiting stressed state of rocks]. *Izv. vuzov. Gornyy zhurnal* [News of the Higher Institutions. Mining Journal], no. 5, pp. 50–55.
2. Zhabko A. V. 2017, *Zakony plasticheskogo deformirovaniya i destruktsii tverdykh tel* [Laws of plastic deformation and destruction of solids]. *Izv. UGGU* [News of the Ural State Mining University], no. 2 (46), pp. 82–87.
3. Zhabko A. V. 2017, *Prochnost' kontinuuma (tverdykh tel)* [The strength of the continuum (solids)]. *Izv. vuzov. Gornyy zhurnal* [News of the Higher Institutions. Mining Journal], no. 4, pp. 47 – 55.
4. Stavrogin A. N., Tarasov B. G., Shirquez O. A., Pevzner Ye. D. 1981, *Prochnost' i deformatsiya gornykh porod v dopredelnoy i zapredel'noy oblastyakh* [Strength and deformation of rocks in additional and beyond areas]. *FTPRPI* [Journal of Mining Science], no. 6, pp. 3–11.
5. Stavrogin, A. N., Protosenya A. G., 1985, *Prochnost' gornykh porod i ustoychivost vyrabotok na bol'shikh glubinakh* [The strength of rocks and stability of mine workings at great depths]. Moscow, 271 p.
6. Kartashov Yu. M., Matveyev B. V., Mikheyev G. V. and others. 1979, *Prochnost' i deformiruyemost' gornykh porod* [Strength and deformability of rocks], Moscow, 269 p.
7. Stavrogin A. N., Tarasov B. G. 2001, *Eksperimental'naya fizika i mekhanika gornykh porod* [Experimental physics and mechanics of rocks]. St. Petersburg, 343 p.
8. Nadai A. 1954, *Plastichnost' i razrusheniye tverdykh tel. Per. s angl.; pod red. G. S. Shapiro* [The theory of flow and fracture of solids. Translated from English, edited by G. S. Shapiro]. Moscow, 648 p.
9. Odintsev V. N. 1996, *Otryvnoye razrusheniye massiva skalnykh gornykh porod* [Avulsion fracture of the massif rocks]. Moscow, 166 p.
10. Morozov Ye. M., Friedman Ya. B. 1961, *Trayektorii treshchin khrupkogo razrusheniya kak geodezicheskiye linii na poverkhnosti tela* [Trajectory of cracks of brittle fracture as geodesic lines on the surface of a body]. *DAN SSSR* [Doklady of the Russian Academy of Sciences of the USSR], vol. 139, no. 1, pp. 87–90.
11. Stavrogin, A. N., Protosenya A. G. 1979, *Plastichnost' gornykh porod* [Plasticity of rocks]. Moscow, 301 p.
12. Kiyoo Mogi. 2007, Experimental rock mechanics. London.
13. Sadovsky M. A. 1979, *Yestestvennaya kuskovatost' gornoy porody* [Natural lumpiness of rocks]. *DAN SSSR* [Doklady of the Russian Academy of Sciences of the USSR], vol. 247, vol. 4, pp. 829–831.
14. Kuksenko V. S., Inzhevatkin I. E., Manzhikov C. B., and others. 1987, *Fizicheskiye i metodicheskiye osnovy prognozirovaniya gornykh udarov* [Physical and methodological basis of forecasting rock bursts]. *FTPRPI* [Journal of Mining Science], no. 1, pp. 9–22.
15. Oparin V. N., Kurlenya M. V. 1994, *O skorostnom razreze Zemli po Gutenbergu i vozmozhnom ego geomekhanicheskom obyasnenii. Ch. I. Zonalnaya geodezintegratsiya i iyerarkhicheskiy ryad geoblokov* [On the high-speed section of the Earth according to Gutenberg and its possible geomechanical explanation. Part 1. The zonal geo-disintegration and hierarchical set of geoblocks]. *FTPRPI* [Journal of Mining Science], no. 2, pp. 14–26.
16. Chechel'nitsky A. M. *Zakony orbitalnykh rasstoyaniy. Titsiusa–Bode i postoyannaya tonkoy struktury – kak mikro i megaparametr volnovoy Vselennoy* [The Laws of orbital distances, Titius–Bode and fine structure constant as a micro and mega parameter of the wave Universe], URL: http://lib.uni-dubna.ru
17. Shemyakin Ye. I. 1988, O svobodnom razrushenii tverdykh tel [Free destruction of solid bodies]. *DAN SSSR* [Doklady of the Russian Academy of Sciences of the USSR], vol. 300, pp. 1090–1094.
18. Zhabko A. V. 2016, *Teoriya rascheta ustoychivosti otkosov i osnovaniy. Obshchaya teoriya rascheta ustoychivosti odnorodnykh otkosov* [Theory of calculation of stability of slopes and foundations. The General theory for calculating the stability of homogeneous slopes]. *Izv. UGGU* [News of the Ural State Mining University], no. 1 (41), pp. 72–83.
19. M. V. Kurlenya, V. N. Oparin 1996, *O masshtabnom faktore yavleniya zonalnoy dezintegratsii gornykh porod i kanonicheskikh ryadakh atomno-ionnykh radiusov* [On the scale factor of phenomenon of zonal disintegration of rocks and canonical series of atomic-ionic radii]. *FTPRPI* [Journal of Mining Science], no. 2, pp. 3–14.
20. M. V. Kurlenya, V. N. Oparin 1999, *Problemy nelineynoy geomekhaniki* [Problems of nonlinear geomechanics]. *FTPRPI* [Journal of Mining Science], no. 3, pp. 12–26.
21. Oparin V. N. 1997, *Masshtabnyy faktor yavleniya zonalnoy dezintegratsii gornykh porod i stratifikatsiya nedr Luny po seysmicheskim dannym* [Large-scale factor of the phenomenon of zonal disintegration of rocks and stratification of the moon according to the seismic data] FTPRPI [Journal of Mining Science], no. 6, pp. 3–17.
22. Kashubin S. N., Vinogradov V. B., Kuzin A.V. 2005, *Fizika Zemli / pod red. V. V. Filatova. 2-e izd., ispr. i pererab.* [Physics of the Earth. edited by V. V. Filatov. 2nd ed., edited and revised]. Ekaterinburg, 188 p.
23. Chanyshev, A. I., Kurenkeyeva B. O. 2004, *K voprosu postroyeniya pasportnykh zavisimostey dlya gornykh porod. Problemy i perspektivy razvitiya gornykh nauk* [The problem of the building passport dependences for rocks. Problems and prospects of mining Sciences]. *Sb. statey mezhdunar. konf. (1–5 noyabrya 2004 g.)* [Collection of articles of the International conference (1–5 Nov. 2004)]. Novosibirsk, pp. 308–312.

Received 6 January 2018