

УДК 621.6.04

КРАТКИЙ ОБЗОР ПНЕВМАТИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ ДЛЯ ТРАНСПОРТИРОВАНИЯ СЫПУЧИХ СМЕСЕЙ И ПРОЦЕССОВ ВНУТРИ НИХ

Афанасьев А. И., Потапов В. Я., Костюк П. А., Макаров В. А.

В работе рассматриваются основы расчета пневматических устройств для транспортирования различных сыпучих смесей. Составлена математическая модель данного устройства. Математически обоснованы геометрические параметры устройства и его основные узлы. Приведена схема камерного питателя пневмотранспортной установки и описан принцип его действия. Данные математические зависимости могут использоваться для расчетов пневмотранспортных установок применимо к различным отраслям промышленности.

Ключевые слова: пневмотранспорт; математическая модель; сыпучая смесь; транспортирование; питатель.

В настоящее время ввиду увеличения энергозатрат на транспортировку материалов создание экономически выгодных установок является актуальной задачей. Такими системами, сочетающими в себе ряд положительных качеств, являются пневматические устройства (ПУ). Они отличаются незначительной стоимостью из-за простоты конструкции, легкостью обслуживания, обладают большой маневренностью, позволяют транспортировать материалы в различных условиях (вагоны, бункеры и т. д.) с незначительной потерей материала.

Транспортные трубопроводы могут быть проложены во многих местах с незначительной занимаемой площадью пространства.

Существенным недостатком пневмотранспортных установок является сравнительно большой расход энергии на единицу транспортного материала. Однако в целом ряде случаев при применении пневматического транспорта общие затраты будут меньше, чем при других видах транспортирования. Кроме того, очень часто пневматический способ транспортирования является частью технологического процесса какого-либо производства, где он становится незаменимым (например, в пневмогазовых сушилках торфобрикетного производства или в пневмоуборочных машинах) [1].

Пневмотранспортная установка состоит из питающего устройства, трубопровода, разделителя и воздуходувной машины. Основным ее элементом является камерный питатель (рис. 1), содержащий приемную камеру 1 с шарнирно смонтированной на ней крышкой 2. В приемную камеру 1 помещена гибкая (мягкая) емкость (тара) 3 с сыпучим материалом в закрытом состоянии. Разгрузочный трубопровод 4 смонтирован на крышке 2. Нагнетательный трубопровод 5 содержит патрубок 6 с нагнетательным соплом 7 с возможностью свободного перемещения вдоль него. Лезвие ножевого устройства 8 направлено вниз для разрезания верхней части гибкой тары 3. Для отвода излишка воздуха по воздуховоду 9 дно 10 приемной камеры 1 снабжено патрубком 11. Для удаления гибкой тары 3 из камерного питателя приемная камера 1 снабжена диском 12 с юбкой 13. Установка диска 12 на определенном расстоянии от дна 10 камеры 1 обеспечивается винтовым устройством 14. Закрытое пространство 15 приемной камеры 1 сообщается с разгрузочным трубопроводом 4 через вентиль 16 и с нагнетательным трубопроводом 5 посредством вентиля 17 воздухопровода. Вентиль 18 транспортного трубопровода предназначен для перекрытия и подачи сжатого воздуха к нагнетательному соплу 7. Диск 12 имеет возможность свободного пере-

мещения по вертикали до стопорного устройства 19. Диск 12 снабжен отверстием 20, перекрытым обратным клапаном 21 [2].

Благодаря разности давлений, создаваемых воздушной машиной, в трубопроводе пневмосистемы возникает движение воздуш-

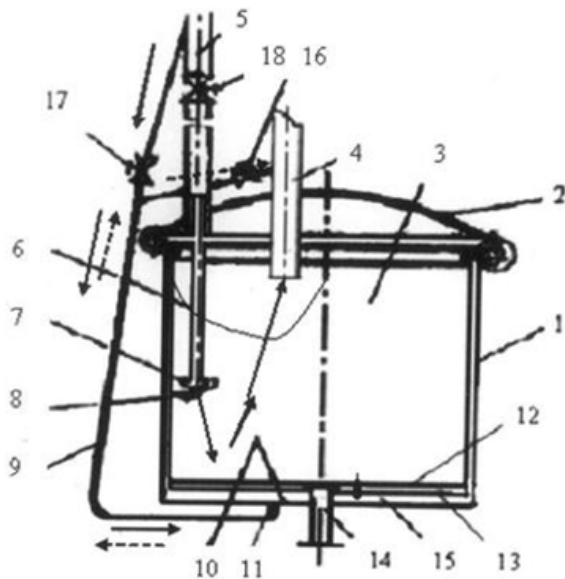


Рис. 1. Схема камерного питателя пневмотранспортной установки

ного потока. Материал, предназначенный для транспортирования, с помощью питающего устройства вводится в пневмосистему, где он попадает в воздушный поток [1].

При пневмотранспортировании сыпучих материалов решающее значение имеет структура аэросмеси, характер которой определяется взаимодействием воздуха и материала.

Часто в таких устройствах для создания псевдооживления осуществляется продувка слоя частиц воздухом через пористую сетчатую перегородку. В результате прохода воздуха через слои материала, из-за разности давлений перед слоем P_1 и над ним P_2 , объем материала насыщается воздухом и он начинает увеличиваться в объеме, оставаясь неподвижным, при этом частицы материала начинают отделяться друг от друга. Частицы не покидают образовавшийся «псевдооживленный» слой, поскольку их вес уравновешивается скоростным напором воздуха, т. е. его скорость равна скорости витания частиц $v_{\text{внт}}$. В данном состоянии перепад давления $\Delta P =$

$P_1 - P_2 = \text{const}$ и не зависит от скорости потока воздуха $v_{\text{п}}$, которая будет равна критической скорости «псевдооживления» $v_{\text{кр}}$.

Критическая скорость аэросмеси $v_{\text{кр}}$, м/с:

$$v_{\text{кр}} = c\sqrt{\mu agd}, \quad (1)$$

где c – коэффициент, зависящий от крупности материала, склонности к слеживанию и наличию влаги, $c = 0,25-0,4$; μ – весовая концентрация материала; ρ – плотность соответственно материала и воздуха, кг/м³; g – ускорение свободного падения, м/с²; d – диаметр пневмопровода, м.

Необходимая скорость $v_{\text{в}}$ потока, м/с:

$$v_{\text{в}} = (1,05-1,1)v_{\text{кр}}, \quad (2)$$

Сопротивление $P_{\text{п}}$ пневмопровода при движении аэросмеси, Па:

$$P_{\text{п}} = (1+0,4\mu)P_{\text{в}}, \quad (3)$$

где $P_{\text{в}}$ – потеря давления при движении чистого воздуха, Па.

Потеря давления $\Delta P_{\text{г}}$, Па в поднимающихся коротких участках пневмопровода

$$\Delta P_{\text{г}} = (1+\mu)\rho_{\text{в}}gH, \quad (4)$$

где H – разница геодезических отметок, м (высота подъема).

Полное падение давления ΔP , Па в пневмотранспортной системе

$$\Delta P = P_{\text{п}} + \Delta P_{\text{г}} + \Delta P_{\text{дин}} + \Delta P_{\text{з}}, \quad (5)$$

где $\Delta P_{\text{дин}} = v_{\text{п}}^2 \rho_{\text{в}} / 2$ – динамические потери давления, Па; $\Delta P_{\text{з}}$ – потери давления в загрузочном устройстве, обычно $\Delta P_{\text{з}} = 1$ Па.

Расход воздуха $Q_{\text{о}}$, м³/мин:

$$Q_{\text{о}} = Q_{\text{м}} \rho_{\text{м}} / (\mu \rho_{\text{в}}), \quad (6)$$

где $Q_{\text{м}}$ – расход материала, транспортируемого по пневмопроводу, м³/мин.

Необходимая подача воздухоподающей машины $Q_{\text{в}}$, м³/мин:

$$Q_{\text{в}} = kQ_{\text{о}}, \quad (7)$$

где $k = 1,1-1,15$ – коэффициент, учитывающий потери воздуха в пневмопроводе [3].

Расход и скорость воздуха влияют только на степень возрастания объема материала.

Транспортировка материала может начинаться при условии, когда $v_{\text{н}} > v_{\text{кр}}$ и равна скорости уноса v [4].

Во многих работах [1, 3, 4] установлено, что скорость транспортирования материала зависит от скорости витания частиц.

Аналитически скорость витания частиц материала в потоке воздуха определяется из условия равенства силы сопротивления F , действующей на частицу, которая движется относительно потока воздуха и силы тяжести G .

При числах Рейнольдса, характеризующих турбулентное обтекание частиц, имеет место квадратичный закон сопротивлений, т. е.

$$F = cS \frac{\rho_{\text{в}} v_{\text{в}}^2}{2}, \quad (8)$$

где c – коэффициент сопротивления при обтекании частиц потоком; S – площадь сечения частицы, перпендикулярного направлению потока, м^2 ; $\rho_{\text{в}}$ – плотность воздуха, $\text{кг} \cdot \text{с}^2 / \text{м}^4$.

Если тело имеет форму шара, то $G = \frac{\pi d^3}{6} \rho_{\text{м}} g$ и $S = \frac{\pi d^2}{4}$, тогда, подставляя значение S в формулу (8) и приравняв F и G , получим формулу для определения скорости витания $v_{\text{вит}}$, м/с :

$$v_{\text{в}} = v_{\text{вит}} = \sqrt{\frac{4gd\rho_{\text{м}}}{3C\rho_{\text{в}}}},$$

где $\gamma_{\text{м}}$ – объемный вес частиц материала.

Коэффициент сопротивления C зависит от многих факторов и определяется экспериментальным путем. Для частиц шаровой формы при $R_e \leq 1$ коэффициент C может быть определен по уравнению

$$C = \frac{24}{R_e}.$$

На практике значения для частиц различных материалов определяют непосредственно экспериментальным путем в аэродинамической (витательной) трубе [1].

Объем камерного питателя может быть оценен по формуле

$$\Omega_{\text{кп}} = \frac{G_{\text{м}} t_{\text{с}}}{u \rho_{\text{м}}},$$

где $G_{\text{м}}$ – транспортная производительность установки с камерным питателем, $\text{м}^3/\text{ч}$; $t_{\text{с}}$ – среднее время для загрузки 1 м^3 объема питателя материалом; u – количество питателей, работающих в цикле загрузки; $\rho_{\text{м}}$ – плотность материала, $\text{кг}/\text{м}^3$.

Представленные формулы могут быть использованы для расчета пневматических устройств для транспортирования сыпучих материалов.

Движение частицы материала в потоке газа. На частицу, находящуюся в потоке газа, действуют силы давления (напора) и тангенциальные (касательные) силы. Силы давления действуют перпендикулярно отдельным элементарным площадкам поверхности частиц (рис. 2) и заданы зависимостью

$$dP = p dS, \quad (9)$$

где dP – элементарная сила; p – давление газа в рассматриваемом месте; dS – элементарная площадка.

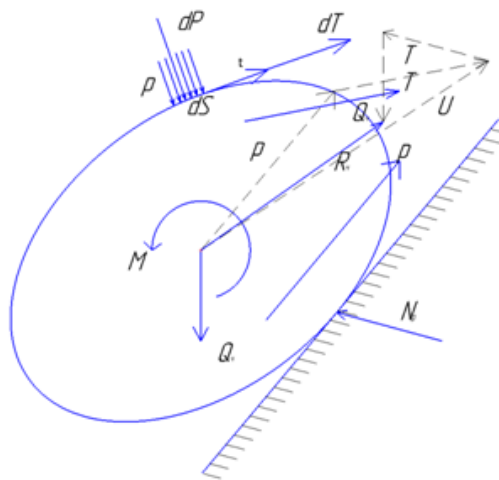


Рис. 2. Силы, действующие на частицы в потоке газа

Силы давления зависят от давления газа на поверхность частицы в данном месте. Кривая статического давления газа вдоль поверхности частицы зависит от способа обтекания частицы. Величины сил, действующих в касательных плоскостях к отдельным точкам поверхности частицы, заданы зависимостью

$$dT = \tau dS,$$

где dT – элементарная касательная сила; τ –

касательное напряжение текущего газа в данном месте поверхности частицы.

Касательное напряжение зависит от градиента скорости обтекания в направлении нормали в данном месте поверхности частицы и от способа обтекания. Кроме того, на частицу действует гравитационная сила или же другие силы, вызываемые ударами частиц друг о друга и о стенки транспортного трубопровода. Конечное воздействие напорных и тангенциальных сил можно выразить следующими зависимостями:

$$\vec{P} = \int_S \vec{dP} = \int_S \sqrt{dP_x^2 + dP_y^2 + dP_z^2}; \quad (10)$$

$$\vec{T} = \int_S \vec{dT} = \int_S \sqrt{dT_x^2 + dT_y^2 + dT_z^2}, \quad (11)$$

где \vec{P} – равнодействующая сила давления; \vec{T} – равнодействующая тангенциальных сил; S – поверхность частицы.

Конечное (равнодействующее) воздействие газа $\vec{U} = \vec{T} + \vec{P}$, веса частицы Q_c и пассивных сил N_p (ударные силы) можно заменить равнодействующей R_c , действующей в центре тяжести частицы с равнодействующим моментом M , действующим вокруг оси, проходящей через центр тяжести. Равнодействующая в центре тяжести частицы вызывает последовательное продвижение ее и равнодействующего момента вращения частицы вокруг оси, проходящей через ее центр тяжести. Отсюда видно, что относительное обтекание, заданное разностью векторов абсолютных скоростей текущего газа и движения частицы, изменяется в каждый момент, а этим изменяется как равнодействующая, так и равнодействующий момент. Равнодействующую U можно разделить на две составляющие: в направлении обтекания частицы и в направлении, перпендикулярном к направлению обтекания частицы. Составляющая в направлении обтекания частицы называется сопротивлением O , а сила, перпендикулярная к направлению обтекания частицы, называется подъемной силой W . Таким образом, движение частицы весьма сложно и его нельзя математически выразить в общем виде. Движение одной из них направлено по оси трубопровода, а две других взаимно перпен-

дикулярных составляющих расположены в плоскости, перпендикулярной к оси трубопровода. При более детальном исследовании мы увидим, что основной составляющей является движение частицы в направлении оси трубопровода. Поэтому сначала рассмотрим те воздействия, которые вызывают движение частицы в этом направлении, причем предположим, что вся система одномерна [1].

Движение частицы в неподвижном газе под действием собственного веса. Частица в неподвижной (спокойной) газовой среде изображена на рис. 3. Абсолютная скорость течения газа c равна нулю. Под влиянием веса Q_c частица начинает двигаться в направлении действия веса со скоростью v . Относительная скорость обтекания $w = -v$ равна абсолютной скорости движения частицы. Для того чтобы можно было при этом изучать весь процесс как одномерный, мы пренебрежем воздействиями, которые могли бы вызвать движение перпендикулярно направлению обтекания, т. е. подъемными силами.

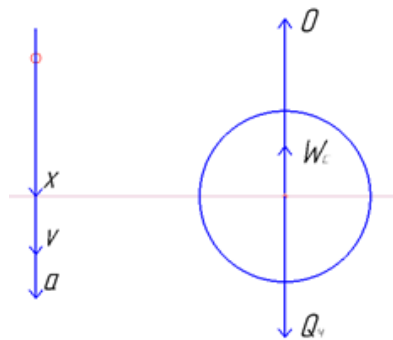


Рис. 3. Движение частицы в спокойной газовой среде

Тогда конечное движение частицы будет прямолинейным в направлении вектора веса и будет зависеть только от составляющей в направлении обтекания, т. е. от сопротивления частицы O . На частицу действует в направлении движения составляющая гравитационной силы (веса), а против направления движения – сопротивление среды и статическая подъемная сила W_c , обусловленная законом Архимеда. Уравнение движения будет иметь форму

$$Q_c - W_c - O = \frac{Q_c}{g} a, \quad (12)$$

т. е. ускорение частицы a в каждом моменте

зависит от мгновенной величины отдельных сил. Рассмотрим эти величины. Вес частицы постоянен и его можно определить из уравнения

$$Q_{\text{ч}} = \Omega_{\text{ч}} \gamma_{\text{м}},$$

т. е. он зависит от объема частицы и от удельного веса материала частицы. Статическая подъемная сила частицы задана зависимостью

$$W_{\text{с}} = Q_{\text{ч}} \gamma_{\text{г}}.$$

Эта подъемная сила зависит от объема частицы и удельного веса среды $\gamma_{\text{г}}$, в которой находится частица. Величина статической подъемной силы в газовой среде более чем в 1000 раз меньше веса частицы, поскольку отношение удельных весов материала частиц и газовой среды $\frac{\gamma_{\text{м}}}{\gamma_{\text{г}}} \geq 1000$. Поэтому для практических рассуждений о движении частицы в газовой среде можно при пневматическом транспортировании пренебречь действием статической подъемной силы, не нанося этим никакого ущерба точности. Необходимо обратить внимание на то, что в отношении других сред (например, воды при гидравлическом транспортировании) уже нельзя пренебречь воздействием статической подъемной силы, так как удельный вес воды почти в 1000 раз больше удельных весов газов. Этот факт позволяет упростить уравнение движения до выражения

$$Q_{\text{ч}} = O = \frac{Q_{\text{ч}}}{g} a. \quad (13)$$

Следующей силой, влияющей на движение частицы, является сопротивление среды. Сопротивление частицы является равнодействующей всех составляющих элементарных напорных и тангенциальных сил, действующих на поверхность частицы в направлении относительного обтекания. Величина и распределение элементарных сил зависят от способа обтекания частицы. Давление в определенной точке на поверхности частицы задано уравнением Бернулли, т. е. в нашем случае

$$P = P_0 - \frac{c^2 \gamma_{\text{г}}}{2g} - \Delta z, \quad (14)$$

где P – давление в данной точке поверхности частиц; P_0 – давление в спокойной среде; c – скорость обтекания частицы в данном месте поверхности частицы; $-\Delta z$ – потеря, считая с места, где измерено давление P_0 .

Из этой зависимости ясно видно влияние распределения давления в зависимости от способа обтекания. Напорные силы образуют так называемое сопротивление формы тела. Тангенциальные силы вызываются тем, что среда воздействует непосредственно на поверхность частицы. Поэтому среда достигает скорости обтекания лишь на определенном, весьма небольшом расстоянии от поверхности частицы. В этом поверхностном слое скорость обтекания изменяется от нуля до максимума. Слой у поверхности частицы называется граничным, и распределение скорости в этом слое задано воздействием тангенциальных напряжений в среде, т. е. влиянием вязкости среды, что определяется зависимостью

$$\tau = \vartheta \frac{dc}{dy}, \quad (15)$$

где τ – тангенциальное напряжение внутри среды; dc/dy – градиент скорости в направлении, перпендикулярном направлению скорости; ϑ – коэффициент динамической вязкости в $\text{кг} \cdot \text{с} / \text{м}^2$.

Если форма частицы такова, что вдоль ее поверхности возрастает статическое давление (т. е. сечение частицы в направлении относительного обтекания уменьшается), то в большинстве случаев происходит отрыв граничного слоя от стенки. Отрыв вызывается тем, что в области возрастающего давления среда затормаживается не только внутренним трением, но и приращением давления вдоль поверхности частицы, вызывающим движение среды из мест более высокого давления к местам с более низким давлением, т. е. против направления обтекания. После отрыва граничного слоя изменяется (вследствие образования вихря за телом) распределение давлений вдоль поверхности частиц и сопротивление формы тела.

Распределение тангенциальных сил вдоль поверхности частицы образует сопротивление трения тела. Оба вида сопротивления воз-

действуют друг на друга, и обычно их нельзя разделять. Имеются определенные формы тел, у которых преобладает один из этих двух видов сопротивлений. У очень тонкой пластинки, расположенной перпендикулярно направлению обтекания, преобладает сопротивление формы, и наоборот, если эта пластинка расположена в направлении обтекания, то в ней преобладает сопротивление трения.

В общем виде сопротивление частицы задано зависимостью

$$O = \xi F_q \frac{\omega^2}{2g} \gamma_r, \quad (16)$$

где ξ – коэффициент сопротивления; F_q – аэродинамическое сечение частицы; ω – относительная скорость обтекания; γ_r – удельный вес газовой среды; g – ускорение силы тяжести ($9,81 \text{ м/с}^2$).

Аэродинамическое сечение F_q – это прямоугольная проекция частицы в направлении относительного обтекания. У частиц сферической формы аэродинамическим сечением является круг, диаметр которого равен диаметру частицы, а у частиц кубической формы, стенка которых перпендикулярна направлению относительного обтекания, аэродинамическим сечением является квадрат со стороной, равной грани куба. У частицы кубической формы, диагональ которой расположена в направлении обтекания, аэродинамическим сечением является правильный шестиугольник со стороной $0,8165e$, где e – грань куба.

Следующей важной величиной для расчета является коэффициент сопротивления частицы ξ . Он охватывает все остальные составляющие сопротивления частицы, т. е. сопротивление ее формы и трения, а также влияние отрыва граничного слоя. Поэтому коэффициент для каждой формы тела и каждого положения его относительно направления обтекания различен. Кроме того, влияние отрыва граничного слоя выражено его зависимостью от безразмерного числа Рейнольдса Re :

$$Re = \frac{\omega e}{\nu}, \quad (17)$$

где e – характеристический размер частицы;

ν – кинематическая вязкость среды, заданная отношением ϑ / Q_r , где ϑ – динамическая вязкость, a – удельная масса газовой среды.

У газов динамическая вязкость возрастает с температурой. Значения динамической вязкости для воздуха (чаще всего используемого в качестве транспортирующего газа) в зависимости от температуры приведены на диаграмме (рис. 4). Влияние давления на динамическую вязкость незначительно, и практически им можно пренебречь. Чаще всего применяют к воздуху при 20°C показатель динамической вязкости $1,84 \cdot 10^{-6} \text{ кг}\cdot\text{с/м}^2$ и кинематической вязкости $15 \text{ м}^2/\text{с}$.

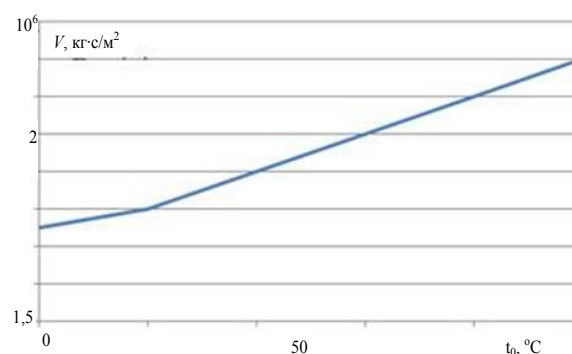


Рис. 4. Зависимость динамической вязкости воздуха от температуры [9]

В основном различают две группы форм частиц, одна из которых имеет коэффициенты сопротивления, не зависящие от числа Рейнольдса, тогда как вторая группа имеет коэффициенты сопротивления, зависящие от этого числа. У первой группы отрыв граничного слоя обусловлен однозначно влиянием ребра обтекания. Формы тел или частиц отличаются в основном тем, что вплоть до грани обтекания сечение тела либо возрастает, либо остается постоянным. На грани обтекания сечение тела резко изменяется. Коэффициенты сопротивления некоторых форм тел первой группы приведены в табл. 1. Вторая группа включает в округленные тела, не имеющие острых ребер обтекания, и у которых сечение в направлении течения уменьшается не сразу. Здесь место отрыва граничного слоя обусловлено условиями обтекания, и поэтому коэффициент сопротивления зависит от числа Рейнольдса. Наиболее тщательно исследован коэффициент сопротивления шара в зависи-

Коэффициенты сопротивления некоторых форм тел первой группы

ξ	Форма тела
2,01	$a/b=\infty$
1,40	$a/b=18$
1,33	Полый полушар
1,29	$a/b=10$
1,22	Диафрагма (прямоугольная плита для различных a/b)
1,19	$a/b=4$
1,17	Сплошной полушар
1,15	$a/b=2$
1,11	Круглая плита
1,10	$a/b=1$
0,99	$l/d=7$
0,91	$l/d=1$
0,87	$l/d=4$
0,85	$l/d=2$
0,51	Угол при вершине 60°
0,40	Сплошной полушар
0,34	Полый полушар
0,34	Угол при вершине 30°

мости от числа Рейнольдса. Этот коэффициент сопротивления приведен на диаграмме (рис. 5) и в табл. 2. Для некоторых других форм эта зависимость указана ориентировочно на диаграмме (рис. 6).

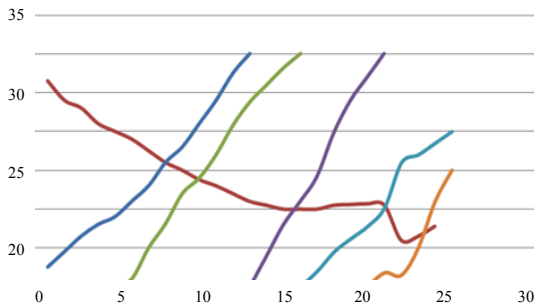


Рис. 5. Зависимость ξ от Re у шара; зависимость ξRe^2 и Re/ξ от Re [10]

Величина сопротивления для обоих этих случаев задана следующими зависимостями:

$$O = \xi F_{\text{ч}} \frac{\omega^2}{2g} \gamma_{\text{г}}, \quad (18)$$

где $\xi = \text{const}$ или $\xi = f\left(\frac{\omega e \gamma_{\text{г}}}{g}\right)$. (19)

Зная вязкость и удельный вес газа, скорость обтекания частиц, их форму и размер, можно по приведенным выше зависимостям определить величину сопротивления. Окончательным уравнением движения после подстановок будет

$$Q_{\text{ч}} - \xi F_{\text{ч}} \frac{\omega^2}{2g} \gamma_{\text{г}} = \frac{Q_{\text{ч}}}{g} a. \quad (20)$$

Для движения в спокойной среде, т. е. относительная скорость обтекания обусловлена скоростью движения частицы в среде. Тогда уравнение принимает форму

$$Q_{\text{ч}} - \xi F_{\text{ч}} \frac{v^2}{2g} \gamma_{\text{г}} = \frac{Q_{\text{ч}}}{g} a. \quad (21)$$

Если бы на частицы не действовало сопротивление среды ($\xi = 0$), то из этого уравнения вытекала бы известная зависимость $a = g$, подразумевающая равномерно ускоренное движение частицы. При сопротивлении среды ($\xi \neq 0$) в начальный момент, когда частица находится еще в покое ($v = 0$), сопротивление ее также равно нулю, а ускорение $a = g$.

Однако по мере возрастания скорости непрерывно возрастает второй член левой части уравнения (21) $a < g$ и ускорение уменьшается до достижения равновесия, когда $a = 0$, вытекающее из уравнения

$$Q_{\text{ч}} - F_{\text{ч}} \frac{v^2}{2g} \gamma_{\text{г}} = 0. \quad (22)$$

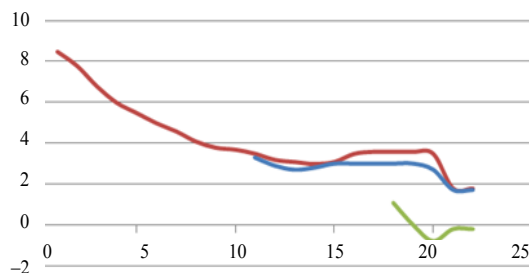


Рис. 6. Зависимость ξ от Re для частиц, имеющих форму валика и эллипсоида [11]

Поскольку все показатели, кроме v , в этом уравнении постоянны, получается, что при равновесном состоянии частица достигает некоторой конечной постоянной скорости, которую мы называем скоростью падения $v_{\text{п}}$. Величина ее равна

$$v_{\text{п}} = \sqrt{\frac{2gQ_{\text{ч}} \Omega_{\text{ч}} \gamma_{\text{м}}}{\xi F_{\text{ч}} \gamma_{\text{г}}}}. \quad (23)$$

Для частиц с постоянным коэффициентом ξ определить эту скорость просто, поскольку все величины в уравнении заданы однозначно. Труднее определить скорость падения тех частиц, у которых коэффициент ξ зависит от числа Рейнольдса, т. е. и от v_n . Ориентировочно определить скорость падения можно по диаграмме на рис. 5 или 6, узнав коэффициент ξ , и по уравнению (23) проверить v_n . Если значение v_n окажется больше, чем выбранное нами, то нужно заново выбрать так, чтобы коэффициент был большим, чем у ранее выбранной величины; если же v_n окажется меньше, то нужно поступить наоборот.

Чтобы облегчить расчет скорости падения округленных тел, можно использовать соответствующие математические выражения. Покажем этот способ в отношении шаровой частицы, поскольку его можно распространить и на другие формы. Сначала необходимо определить зависимости между характеристическим размером частицы, весом или объемом и аэродинамическим сечением. Для шара это будут следующие зависимости.

Характеристическим размером является диаметр шара d . Вес шаровой частицы равен

$$Q_{\text{ш}} = \frac{\pi d^3}{6} \gamma_{\text{м}}.$$

Аэродинамическое сечение частицы

$$F_{\text{ш}} = \frac{\pi}{4} d^2.$$

Подставим эти зависимости в уравнения (17) и (23):

$$\text{Re} = \frac{v_n d}{\nu}; \quad (24)$$

$$v_n = \frac{4g}{3} \frac{d \gamma_{\text{м}}}{\xi \gamma_{\text{г}}}. \quad (25)$$

Исключив v_n из обоих уравнений, получим после преобразования

$$\xi \text{Re}^2 = \frac{4g}{3} \frac{d^3}{\nu^2} \frac{\gamma_{\text{м}}}{\gamma_{\text{г}}} = \frac{4}{3g} \frac{d^3}{\nu^2} \gamma_{\text{м}} \gamma_{\text{г}}. \quad (26)$$

Исключив d , получим

$$\frac{\text{Re}}{\xi} = \frac{3}{4g} \frac{v_n^3}{\nu} \frac{\gamma_{\text{г}}}{\gamma_{\text{м}}} = \frac{3}{4g^2} \frac{v_n^3}{\vartheta} \frac{\gamma_{\text{г}}^2}{\gamma_{\text{м}}}. \quad (27)$$

Далее используем зависимости

$$v_n = \frac{\nu \text{Re}}{d} = \frac{\vartheta g}{\gamma_{\text{г}}} \text{Re} \quad \text{и} \quad d = \frac{\nu \text{Re}}{v_n} = \frac{\vartheta g \text{Re}}{\gamma_{\text{г}} v_n}. \quad (28)$$

Таблица 2

Коэффициенты сопротивления некоторых форм тел

Re	ξ	ξRe^2	Re / ξ
1·10 ⁻²	2,4·10 ³	2,4·10 ⁻¹	4,17·10 ⁻⁶
1·10 ⁻¹	2,4·10 ²	2,4·10 ⁰	4,17·10 ⁻⁴
2	1,2	4,8	1,67·10 ⁻³
3	8,0·10 ¹	7,2	3,75
5	4,95	1,24·10 ¹	1,01·10 ⁻²
7	3,65	1,79	1,92
1·10 ⁰	2,65	2,65	3,77
2	1,44	5,76	1,39·10 ⁻¹
3	1,04	9,37	2,88
5	6,9·10 ⁰	1,73·10 ²	7,25
7	5,4	2,65	1,296·10 ⁰
1·10 ¹	4,1	4,10	2,44
2	2,55	1,02·10 ³	7,84
3	2,0	1,8	1,50·10 ¹
5	1,5	3,75	3,33
7	1,27	6,23	5,55
1·10 ²	1,07	1,07·10 ⁴	9,35
2	7,7·10 ⁻¹	3,08	2,59·10 ²
3	6,5	5,85	4,61
5	5,5	1,38·10 ⁵	9,09
7	5,0	2,45	1,40·10 ³
1·10 ³	4,6	4,60	2,17
2	4,2	1,68·10 ⁶	4,76
3	4,0	3,60	7,50
5	3,85	9,60	1,299·10 ⁴
7	3,9	1,91·10 ⁷	1,785
1·10 ⁴	4,05	4,05	2,469
2	4,5	1,8·10 ⁸	4,444
3	4,7	4,23	6,383
5	4,9	1,23·10 ⁹	1,020·10 ⁵
7	5,0	2,45	1,400
1·10 ⁵	4,8	4,8	2,083
2	4,2	1,68·10 ¹⁰	4,762
3	2,0	1,80	1,500·10 ⁶
4	8,4·10 ⁻²	1,34	4,761
6	1,0·10 ⁻¹	3,6	6,000
1·10 ⁶	1,3	1,3·10 ¹¹	7,692
3	2,0	1,8·10 ¹²	1,500·10 ⁷

Кроме того, нам необходимо знать зависимость значений ξRe^2 и Re / ξ от числа Рей-

нольдса. Эти значения можно вывести из диаграммы $\xi = f(\text{Re})$, также они приведены на рис. 5 и в табл. 2.

Порядок расчета следующий. Если известен диаметр шаровой частицы d , то из уравнения (26) мы определяем значение ξRe^2 . Из диаграммы на рис. 5 или из табл. 1 определяем число Рейнольдса, а из первой зависимости (28) – v_n . Наоборот, если известна скорость падения шаровой частицы, то определяем из выражения (27) значение ξ , из диаграммы на рис. 5 или из табл. 1 – значение числа Рейнольдса, а по второй зависимости (28) определяем d , т. е. диаметр шаровой частицы. Таким образом, графоаналитическим методом можно определить скорость падения частиц округлой формы.

Некоторые авторы стремятся для упрощения расчетов аналитически выразить зависимость коэффициента ξ от числа Рейнольдса в определенном интервале чисел Рейнольдса для шаровой частицы как типичной формы округленных тел. Некоторые такие аналитические выражения просты и дают возможность осветить явления, вытекающие из более сложных зависимостей. Таким выражением для определенной узкой области чисел Рейнольдса является уравнение

$$\xi = \frac{K_0}{\text{Re}^{n_0}}. \quad (29)$$

Наиболее известно уравнение Стокса, где $K_0 = 24$, а $n_0 = 1$, т. е. $\xi = 24/\text{Re}$. Это выражение действительно для чисел Рейнольдса до 0,2, но часто его используют и в диапазоне до 2.

Подставив коэффициент ξ в уравнение (25), получим

$$v_n = \frac{1}{189} d^2 \gamma_m. \quad (30)$$

Однако правильность этой зависимости ограничена условием

$$d \leq \sqrt[3]{\frac{\text{Re} \cdot 189^2 g}{\gamma_m \gamma_r}} \quad (31)$$

или

$$v_n \leq \sqrt[3]{\frac{\text{Re}^2 \gamma_m 9g^2}{18\gamma_r^2}}, \quad (32)$$

где Re имеет значение 0,2 или соответственно 2.

До сих пор мы рассматривали установившееся движение частицы в спокойной среде. Рассмотрим теперь детально движение частицы в спокойной среде при неравновесном состоянии. При постоянном коэффициенте сопротивления ξ и начальных условиях $x = 0$, $v = 0$ зависимость пути x от скорости v частицы задано зависимостью

$$x = -\frac{v_n^2}{2g} \lg \left[1 - \left(\frac{v}{v_n} \right)^2 \right] \quad (33)$$

или же

$$x = \frac{v_n^2}{2g} m_1. \quad (34)$$

Зависимость значений m_1 изображена на диаграмме (рис. 7). Из этой диаграммы видно, что теоретически частица достигает скорости падения лишь на бесконечно длинном пути и что 99,2% скорости она приобретает на пути $x = 0,2 v_n^2$. С помощью диаграммы можно определить скорость движения частицы в любой точке ее пути.



Рис. 7. Диаграмма $m_1 = f(v/v_n)$

До сих пор мы исходили из постоянного коэффициента сопротивления для выведения кинематических величин при движении частицы. Это справедливо только для частиц, имеющих острую грань обтекания. Для округленных частиц, у которых коэффициент ξ зависит от числа Рейнольдса, интегрирование дифференциальных уравнений затруднительно, так как есть еще одна переменная, а именно коэффициент ξ , зависящий от числа Рейнольдса. Эта зависимость выражена в виде таблицы или графика (рис. 5 и табл. 2). Аналитические выражения, выведенные различными авторами, относящиеся к определённым областям чисел Рейнольдса, сложны, и

решение дифференциальных уравнений движения в этом случае затруднительно. Очень простое решение возможно при использовании зависимости Стокса для коэффициента сопротивления $\xi = \xi$ шаровой частицы.

Скорость падения частицы является важным аэродинамическим показателем, влияющим на работу установок пневматического транспорта. Поэтому проведем детальный анализ зависимости скорости падения от параметров среды, удельного веса материала и величины частиц. Рассмотрим сначала скорость падения частиц с постоянным коэффициентом ξ :

$$v_{\text{п}} = \sqrt{\frac{\text{const}}{\xi}} e^{\frac{\gamma_{\text{м}}}{\gamma_{\text{г}}}}. \quad (35)$$

Для всех подобных частиц граненой формы выражение постоянно, поэтому

$$v_{\text{п}} = \text{const} \sqrt{e^{\frac{\gamma_{\text{м}}}{\gamma_{\text{г}}}}}. \quad (36)$$

Скорость падения возрастает с корнем удельного веса материала частиц и с размером частиц. Влияние среды сказывается только ее удельным весом $\gamma_{\text{г}}$. У одной и той же частицы произведение $v_{\text{п}} \sqrt{\gamma_{\text{г}}} = \text{const}$. Скорость падения частицы обратно пропорциональна квадратному корню из удельного веса среды. Если состояние среды задано,

$$\gamma_{\text{г}} = \frac{P}{RT}, \quad (37)$$

то уравнением состояния является скорость падения частицы, обратно пропорциональная квадратному корню из давления и прямо пропорциональна квадратному корню из температуры среды. Скорость падения частицы не зависит в этом случае от вязкости среды. Для определения скорости падения округленных частиц, где коэффициент $\xi = f(\text{Re})$, справедливо уравнение

$$\begin{aligned} v_{\text{п}} &= \sqrt{f(\text{Re}) \text{const}} e^{\frac{\gamma_{\text{м}}}{\gamma_{\text{г}}}} = \\ &= \sqrt{f\left(\frac{v_{\text{п}} \gamma_{\text{г}} e}{9g}\right) \text{const}} e^{\frac{\gamma_{\text{м}}}{\gamma_{\text{г}}}}. \end{aligned} \quad (38)$$

В этом случае зависимость скорости падения от параметров среды более сложная.

Чтобы показать хотя бы в общих чертах зависимость скорости падения сферической частицы от параметров, заменим зависимость, указанную в диаграмме на рис. 5, для отдельных участков зависимостью (29), т. е.

$$\xi = \frac{K_0}{\text{Re}^{n_0}}.$$

Логарифмированием этой зависимости получим $\lg \xi = \lg K_0 - \lg \text{Re}^{n_0}$. Поскольку зависимость ξ от Re представлена в логарифмических координатах, то выражение представляет в этом случае прямую, точка пересечения которой с осью ординат (для числа Рейнольдса $\text{Re} = 1$) является значением K_0 , а n_0 – тангенс угла φ , образуемого прямой с отрицательной осью абсцисс (см. рис. 8). На диаграмме одновременно показана зависимость значений ξ от числа Рейнольдса для отдельных точек кривой $\xi = f(\text{Re})$.

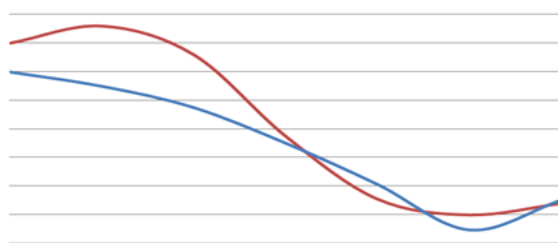


Рис. 8. Зависимость K_0 и n_0 от Re

Для определенного диапазона чисел Рейнольдса можно выбрать значения n_0 и K_0 в качестве средних. Тогда для скорости падения шаровой частицы будет справедливо выражение

$$v_{\text{п}} = \sqrt{\frac{4g}{3K_0}} \text{Re}^{n_0} d^{\frac{\gamma_{\text{м}}}{\gamma_{\text{г}}}}. \quad (39)$$

После подстановки вместо $\text{Re} = \frac{v_{\text{п}} d \gamma_{\text{г}}}{9g}$ получим

$$v_{\text{п}}^{2-n_0} = \frac{4}{3} g^{1-n_0} \frac{d^{1+n_0}}{K_0 9^{n_0}} \frac{\gamma_{\text{м}}}{\gamma_{\text{г}}^{1-n_0}}. \quad (40)$$

Для области действия закона Стокса ($n_0 = 1$, $K_0 = 24$) справедливо $v_{\text{п}} = \frac{1}{18} \frac{d^2}{\nu} \gamma_{\text{м}}$.

В этой области скорость падения пропорциональна квадрату диаметра частицы, удельному весу материала частицы и обратно пропорциональна вязкости среды. Поскольку вязкость газа возрастает с температурой, то одновременно скорость падения обратно пропорциональна температуре среды. Для области $\xi = \text{const}$ ($n_0 = 0, K_0 = 0,47$)

$$v_n = \sqrt{\frac{4}{3} g \frac{d}{0,47} \frac{\gamma_m}{\gamma_r}},$$

а это выражение тождественно выражению для $\xi = \text{const}$.

В этой области скорость падения пропорциональна квадратному корню диаметра частицы и квадратному корню удельного веса материала частицы и обратно пропорциональна квадратному корню удельного веса среды. Поскольку удельный вес среды пропорционален давлению среды и обратно пропорционален абсолютной температуре, то скорость падения частицы пропорциональна квадратному корню абсолютной температуры и обратно пропорциональна квадратному корню абсо-

лютного давления среды. Здесь скорость падения не зависит от вязкости среды. Понятно, что в отношении зависимостей между обеими областями имеется большое различие.

Для любого n_0 справедливо

$$v_n = \left(\frac{4}{3K_0} \right)^{\frac{1}{2-n_0}} \left(\frac{g}{\gamma_r} \right)^{\frac{1-n_0}{2-n_0}} \times d^{\frac{1+n_0}{2-n_0}} \vartheta^{\frac{n_0}{n_0-2}} \gamma_m^{\frac{1}{2-n_0}}.$$

Для переходной области между обоими крайними случаями заменим зависимость прямой, взятой по диаграмме на рис. 8.

Определим значения K_0 и n_0 , а изменение скорости падения определим из выражения

$$\frac{v_{n2}}{v_{n1}} = \left(\frac{\gamma_{r1}}{\gamma_{r2}} \right)^{\frac{1-n_0}{2-n_0}} \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^{\frac{1+n_0}{2-n_0}} \times \left(\frac{\vartheta_1}{\vartheta_2} \right)^{\frac{n_0}{2-n_0}} \left(\frac{\gamma_{m2}}{\gamma_{m1}} \right)^{\frac{1}{2-n_0}},$$

где v_{n1} задано уравнением (25).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Урбан Я. Пневматический транспорт / под ред. Л. М. Шведова. М.: Машиностроение, 1967. 256 с.
2. Энергосберегающее оборудование для транспортировки сыпучих материалов: Исследование, разработка, производство / под ред. И. Г. Южакова. Екатеринбург: УГТУ-УПИ, 2007. 317 с.
3. Транспортировка и складирование порошкообразных строительных материалов / И. П. Малевич [и др.]. М.: Стройиздат, 1984. 184 с.
4. Давыдов С. Я. Новое энергосберегающее печное, транспортное и складское оборудование в производстве цемента: учеб. пособие. Екатеринбург: УГТУ-УПИ, 2004. 170 с.
5. Кузнецов Ю. М. Пневмотранспорт: теория и практика. Екатеринбург: УрО РАН, 2005. 61 с.
6. Камерный питатель нагнетательной пневмотранспортной установки / С. Я. Давыдов [и др.]. Пат. № 1437320 RU. Б.И., 1988. №42.
7. Камерный питатель нагнетательной пневмотранспортной установки / С. Я. Давыдов [и др.]. Пат. №1676970 RU. Б.И., 1997. № 19.
8. Камерный питатель нагнетательной пневмотранспортной установки / С. Я. Давыдов [и др.]. Пат. № 2083458 RU. Б.И., 1997. № 19.
9. Идельчик И. Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М.: Рипол Классик, 2013. 468 с.
10. Успенский В. А. Пневматический транспорт. Свердловск: Metallurgizdat, 1959. 232 с.
11. Справочник авиационного инженера / В. Г. Александров [и др.]. М.: Изд-во «Транспорт», 1973. 354 с.

Поступила в редакцию 2 сентября 2015 г.

Афанасьев Анатолий Ильич – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой горно-промышленного транспорта. 620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30, Уральский государственный горный университет.

Потапов Валентин Яковлевич – доктор технических наук, профессор кафедры горной механики. 620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30, Уральский государственный горный университет.

Костюк Петр Андреевич – аспирант кафедры горной механики. 620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30, Уральский государственный горный университет. E-mail: kostyukpetr@bk.ru

Макаров Владимир Александрович – генеральный директор. 620028, г. Екатеринбург, ул. Татищева, 94, ЗАО Центр диагностики и экспертизы «Цветметналадка».