

УРАВНЕНИЕ СВЯЗИ ПРОЧНОСТНЫХ ПАРАМЕТРОВ ТЕЛ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ АНАЛИЗА И ПРОГНОЗА ФИЗИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД

Заднепровский Р. П.

Приведено уравнение, связывающее напряжения сдвига с нормальными напряжениями и позволяющее моделировать реальные и гипотетические физические состояния тел. Рассмотрена реологическая модель для анализа динамического изменения деформативности, приведены опытные данные анализа коэффициентов уравнения связи для горных пород и других минеральных тел.

Ключевые слова: напряжение сдвига; моделирование; горные породы; строительные материалы; уравнение связи.

Существуют аналогии процессов фрикционного скольжения и соотношения касательных и нормальных напряжений при сдвиге. Например, аналогия известных зависимостей удельных сил трения скольжения F от потенциала внешнего давления N (по Ш. Кулону) простейшему уравнению связи касательного τ и нормального σ_c напряжений $\tau = \sigma_c \operatorname{tg} \varphi + C$, широко используемому в механике горных пород и дисперсных тел. Здесь угол внутреннего трения φ отражает деформативность при сжатии. Коэффициент C , называемой *коэффициентом сцепления*, не получил еще должного физического представления и связан с параметром прочности – *когезией* P_k (интегральный фактор ионно-молекулярного взаимодействия частиц тела, противодействующий разрушению тела под действием сил растяжения).

Автором [1] обоснована более строгая и общая зависимость удельной силы трения от внешнего и адгезионно-когезионного потенциала в виде:

$$F = F_0 + f_1 N + f_2 P_{A(K)} N / (N + P_{A(K)}). \quad (1)$$

Здесь f_1 и f_2 – коэффициенты деформационного, адгезионного (для внешнего трения – при относительном скольжении разнородных тел) и когезионного (при внутреннем скольжении слоев однородного тела) слагаемых трения. Величина $P_{A(K)}$ – *адгезионно-когезионный потенциал*, учитывающий возможность разрыва тел (при растяжении или сжатии), имеющих явно выраженные фазовые плоскости (например, слоистые тела с прослойками со значительной разностью фи-

зического состояния и физико-механических свойств соседних слоев), по фазовым или внутрифазовым поверхностям. Адгезионный потенциал P_A соответствует скольжению тела или его разрушению по фазовой плоскости. Когезионный потенциал P_K (как следствие ионно-молекулярной связи) аналогичен предельному напряжению растяжения. Соответствующая аналогия с учетом физического смысла коэффициентов и силовых потенциалов выражения (1) дает уравнение связи:

$$\tau = \tau_0 + f_1 \sigma_c + 2f_2 \sigma_c \sigma_p / (\sigma_c + \sigma_p). \quad (2)$$

Реальные физические состояния твердых тел являются промежуточными вариациями между несколькими идеализированными состояниями (абсолютно твердое или жидкое, пластичное, вязкое, порошковое). В отличие от абстрактных тел, рассматриваемых в теории упругости, реальные тела негомогенны, имеют существенную неоднородность появления внутренних напряжений при внешнем воздействии, а также полидисперсность и взаимодействие ультрадисперсных частиц. Здесь силовые (механические) потенциалы выражаются в паскалях, хотя могут быть переведены в размерность других энергетических потенциалов (что более привычно при рассмотрении когезионно-адгезионного взаимодействия).

Целями данной статьи являются обоснование более общего и достаточно простого уравнения связи между касательным сопротивлением сдвигу и нормальными напряжениями растяжению σ_p и сжатию σ_c с раскрытием более четкого физического смысла

слагаемых уравнения трения (1); предварительный анализ возможных физических состояний тел и оценка коэффициентов уравнения связи применительно к горным породам монолитного и дисперсного состояния и другим материалам на минеральной основе.

Для горных пород характерен большой разброс физических состояний от твердых упругих монолитов до дисперсных порошков с множеством промежуточных пластично-вязких вариаций (особенно для глинистых пород и строительных водосодержащих материалов). При этом для поликристаллических тел характерна многоуровневая структура, где разрушение происходит по микроплощадкам наименее низкого энергетического уровня, которые в значительной мере не совпадают для касательных и нормальных напряжений. Чрезвычайно важно наличие в естественных породах трещиноватости, блочности и разломов, которые можно считать способом существования горных массивов. При разрушении на первый план выходят структурные особенности тел с учетом физического состояния. Для горных пород применимы предложенные академиком Ю. Н. Роботовым понятия рассеянного разрушения и его скрытого периода до формирования трещиноватости.

Обозначим соотношение предельных напряжений растяжения и сжатия $\sigma_p/\sigma_c = \alpha \leq 1$ и соотношение $2/(1+\alpha) = \beta$, где $0 \leq \beta \leq 1$. Величина сцепления C в формуле Кулона может быть выражена в виде $C = \tau_0 + f_2\beta\sigma_p$, где усматривается более четкий физический смысл этой величины. При $\beta f_2 = \text{tg } \varphi_2$ получаем уравнение, удобное для графического анализа возможных физических состояний тел:

$$\tau = \tau_0 + \sigma_c \text{tg } \varphi_1 + \sigma_p \text{tg } \varphi_2. \quad (3)$$

Здесь коэффициенты α , $\varphi_{1,2}$ и соответствующие значения тангенсов углов $\text{tg } \varphi_1 = f_1$ и $\text{tg } \varphi_2$ могут рассматриваться как упрощенные параметры физического состояния тел при данном режиме изменения напряжений (скорости и времени нагружения). Физический смысл величины τ_0 определяется наличием потенциальной энергии тел, не зависящей от внешних сил, вследствие реальной неоднородности физических свойств микрообъемов (фактическая площадь разрушения имеет

неровности, то есть не соответствует расчетной), их дискретности, различной ориентации вектора деформации, а также возможно-го действия внешних полей немеханической природы (электромагнитного или радиационного воздействия).

Уравнение (3) содержит пять изменяемых параметров, имеющих крайние ограничения. Из уравнения (3) получаем: $(\tau - \tau_0)/\sigma_c = f_1 + f_2\beta = f$. Для равнопрочного тела (сопротивления растяжению и сжатию равны) при $\tau/\sigma \leq 1$, сумма $f \leq 1$. Эксперименты с различными минеральными образованиями (табл. 1) дают значения $f_1 = 0,1-0,8$ (в том числе для скальных пород $-0,5-0,8$).

Формально в области упругого деформирования коэффициент $f = \gamma/\varepsilon(1+\mu)$, где γ , μ , ε – соответственно относительные деформации при нормальном и касательном напряжении и коэффициент Пуассона. При изменении реологических констант тел в простейшем случае $f = (\tau - \tau_0)/(\sigma + tE\varepsilon^* + \eta\varepsilon^* + \varepsilon\eta^*)$. Здесь η – приведенная вязкость.

Положительное значение f_1 соответствует соотношению $2(\tau - \tau_0)/\sigma_{p(c)} > 0$. Для большинства минеральных материалов коэффициент $\alpha = 0,05-0,18$ и $\beta = 0,08-0,3$.

Уравнение связи может учитывать возможность появления критических значений напряжений $\sigma_{кр}$ и соответствующих деформаций, когда при их достижении (на фоне других возможных энергетических воздействий) заметным скачком изменяются значения коэффициентов φ , α , f . В более общем случае

$$\tau - \tau_0 = \sigma_c \text{tg } (\varphi_1 \pm \varphi_i) + \sigma_p \text{tg } (\varphi_2 \pm \varphi_i). \quad (4)$$

Результаты анализа литературных данных [3] и опытов автора по прочностным характеристикам горных пород, полученным стандартными методами на основе уравнения Кулона, с расчетом коэффициентов полученного выше уравнения их связи представлены в табл. 1.

Используя данные таблицы, с учетом вышеуказанных соотношений можно приближенно оценить величины α , τ , $A = f_2\beta$, f_1 и $\tau_0 = C - A\sigma_p$. Примеры расчетных характеристик: для гипса, уртрита, фосфорита, кремния, глины (при коэффициенте консистенции, близком к нулю), известняка, сланцев значения τ_0 , соответственно, равны 1,1; 5,4; 43; 9,8;

0,9; 3,9; 25 МПа, а соответствующие соотношения $\tau_0 / \tau = B$ равны 0,08; 0,06; 0,38; 0,25; 0,33; 0,36; 0,28. Последовательные ряды (по возрастанию или убыванию) коэффициентов α , A , f слабо согласуются между собой, что говорит об их индивидуальной значимости при анализе особенностей пород. Расчетные значения $f_2 = 0,2-6,2$ и аномальные значения (более единицы) получены (по убыванию) для кремния, фосфорита, доломита, сланцев,

песчаника, уртрита, глинистого конгломерата, мергеля. Можно полагать, что этот коэффициент наиболее полно отражает влияние на прочность поликристаллических пород структурной неоднородности и наличия микротрещин и может служить одним из параметров оценки геодинамических процессов.

По уравнению связи (2) величина сцепления $C = \sigma_c \sigma_p / (\sigma_c + \sigma_p)$. Здесь в приближенном анализе последним слагаемым можно

Таблица 1

Прочностные свойства горных пород и значения параметров связи

Порода	σ_p , Мпа	σ_c , Мпа	C, Мпа	ϕ_1	$A10^2$
Апатит – 1	5	98	1,9	39	1
Гипс – 2	1,6	14,8	2,1	35	6
Пегматит – 3	9,5	118	2,5	42	1,5
Сланцы – 4	4,2	90,3	25,5	34	2,6
Мергель – 5	3,8	13,7	4,4	12	2,8
Известняк – 6	6,7	150	4,2	35	2,5
Доломит – 7	85	1310	410	35	3
Рисчоррит – 8	9,6	160	3	36	4
Луаврит – 9	19	220	3,8	35	5
Уртрит – 10	130	1800	210	38	1,2
Уртрит (2) – 11	15,2	110	5,2	27	13
Кремень – 12	3	40	10	37	3,5
Фосфорит – 13	7	100	44	34	3,5
Песчаник – 14	2,4	47	14	34	3
Глинистый – 15 (конгломерат)	2,5	41	12	33	4
Глина уплотненная ($K = 0-0,2$) – 16	0,6-0,1	5-1	0,5-2	12-17	9

* K – коэффициент консистенции.

пренебречь. Для равнопрочных тел (при сжатии или растяжении) критическое значение коэффициента $f_2 = C / \sigma_{с(р)}$ и теоретически не превышает единицы. Фактически, как правило, соблюдается неравенство разрушающих напряжений по ряду: сжатие > сдвиг > растяжение. Рост величины f_2 означает повышение роли когезионной составляющей прочности при возможной трещиноватости по направлению нормальных напряжений, и сохранение в этом случае существенных значений $\tau - \tau_0$ может объясняться структурно-текстурными особенностями пород при их значительной гетерогенности.

Можно полагать, что в полидисперсных породах реализуется несколько энергетических уровней связей между частицами нано-, микро- и мезодиапазона. Разрыв когезионных связей, в первую очередь, происходит по наименее энергоемкому мезоуровню, а сопро-

тивление сдвига в значительной мере зависит и от более высокоэнергетических уровней с учетом структуры материала. В связи с этим величину $\tau - \tau_0$ можно трактовать как своеобразный КПД фактической реализации когезионных сил.

Некоторые из многих возможных графиков реальных и гипотетических физических состояний тел, вытекающие из уравнений (3, 4), показаны на рис. 1. Теоретическое число физических состояний (и соответствующих частных уравнений) определяется известными из теории чисел формулами комбинаций и сочетаний шести варьируемых параметров уравнений (3) или (4). Между основными физическими состояниями: твердое (монокристалл или порошок), жидкость, пластичное тело, газ – возможно множество промежуточных реальных или гипотетических состояний. При этом структура каждого состояния име-

1-0-6: вариант при $\tau - \tau_0 \rightarrow 0$; 1-0-7 – эластомерная структура при больших значениях угла φ_1 ; линия 1-0-11 – ГТ (гипотетическое тело), при $\sigma_c = 0$, $\tau \geq 0$ – структурно-энергетическая перестройка, при $\sigma_k = 0$ с ростом касательного сопротивления. Точка 0 характеризует идеальный газ.

Линия 17-12-0-6 (ГТ): при $\tau \geq 0$ – переход из одного пластичного состояния в другое, когда τ растет при сжатии (или жидкость в ограниченном интервале воздействия внешнего потенциала).

Линия 1-11-2-3: ГТ, склонное к самопроизвольному снижению τ при возрастании сжатия в ограниченном интервале, 17-12-0-7(9) – варианты абсолютно пластичного тела, переходящего в абсолютную жидкость при $\sigma_{c(p)} \rightarrow \infty$; 1-2-0-9-8 – то же (но пластичное тело с перестройкой структуры при $\sigma \geq \sigma_{кр}$ и эквивалентное отрезку 0-9 при $0 < \sigma < \sigma_{кр}$; $\tau > 0$).

Линия 1-0-2-3. Модель этого состояния характеризуется следующими переходами: отрезок 1-0 – реологическая жидкость ($\varphi_2 = 0$, когезионное сцепление является функцией скорости силового воздействия); отрезок 2-3 – переход в деформируемое порошкообразное состояние на отрезке 0-2 (например, за счет резкого охлаждения в момент отсутствия когезионных связей, приводящего к образованию структуры соответствующего энергетического уровня). При этом временной интервал перестройки неизвестен.

Следует отметить, что величина τ_0 связана с неоднородностью структуры и текстуры материальных тел, в первую очередь, волокнистого строения с полярными и легкополяризуемыми частицами под действием суммарного внешнего потенциала (включая электромагнитное и тепловое воздействие).

По мнению автора, угол φ_2 (см. уравнение (3)) косвенно отражает структурную неоднородность поликристаллических пород и наличие микротрещин. В связи с этим, выбор масштабного коэффициента для объективной сопоставимой оценки прочностных характеристик представляет значительную трудность.

Линейно-кусочные графики на рис. 1 являются, по существу, изображениями частных случаев уравнения связи при данных (статических) параметрах (неизменные ско-

рость и время). Для учета динамического воздействия (составления полного комплекса уравнений связи с учетом реологического изменения величин τ , σ необходимы зависимости $\tau = f(V, t)$; $\varepsilon = f(V, t)$, совмещаемые с уравнениями (3)–(4).

Рассмотрим более общий случай, когда все величины могут изменяться во времени под действием суммарного силового потенциала. Тогда реологическое уравнение связи касательного напряжения с соответствующей деформацией запишется в виде:

$\tau = G\gamma + \eta\dot{\gamma}^* + \eta\dot{\gamma}^{**}$, где G , γ – модуль и относительная деформация при сдвиге, η – условная вязкость. Предельная величина τ близка практически к величине $c_1^2 \rho$, где c_1 – продольная скорость звука (волны деформации), ρ – плотность. Взяв производную $\dot{\tau} = c_1^2 \dot{\rho}^*$, после преобразований получим:

$$\dot{\gamma}^{**} + A\dot{\gamma}^* + B\gamma = C_0, \quad (5)$$

где $A = (2\eta^* + G)/\eta$, $B = (G^* + \eta^{**})/\eta$.

Общее решение этого уравнения имеет вид:

$$\gamma = (\exp(-At/2)(C_1 \cos \sqrt{B - At/4} + C_2 \sin \sqrt{B - At/4}) - C_0/B), \quad (6)$$

модуль сдвига $G_1 = E_1/2(1 + \mu)$.

При критической величине $t = 4B/A = 4(G^* + \eta^{**})/(G + \eta^*)$ относительная деформация $\gamma = C_1 \exp(-2B) - C_0/B$. При $t = 0$, $\gamma = C_1 \sqrt{B} + C_2 \sqrt{B} - C_0/B$.

Максимальная угловая относительная деформация $\gamma = c_1^2 \rho / (G + \eta^*)$, динамические коэффициенты $A = (E + \eta^*)/\eta$, $B = (E^* + \eta^{**})\eta$, $C_0 = \sigma_M^*/\eta$.

Учитывая существенное уменьшение коэффициента φ – затухания акустических деформационных волн [2] – при переходе к упругим деформациям и пренебрегая изменением плотности, получим: производная $\dot{\sigma}^* \approx (c_2^*)^2 \rho (1 - \varphi^*)\eta$ и величина $C_0/B = D$. Для простейших линейных зависимостей

$$E = E_0 + vt; \quad \varphi^* = \varphi_0 + at;$$

$$\eta^* = \eta_0 + mt; \quad c_2^* = c_0 + nt$$

получим:

$$\varepsilon = c_2 \rho \eta a \times \left[1 - (1 - \exp(Et/2\eta) \cos \sqrt{a/b - (E/\eta)^2 t}) \right] = \sigma_m / a\eta. \quad (7)$$

Коэффициенты a , b , m , n можно трактовать как тангенсы соответствующих углов, связанных с начальной и текущей (в процессе динамической деформации) величинами вектора структурной неоднородности. Из уравнений (6)–(7) можно выразить функцию $\varphi(\tau/\sigma)$ или $\sigma = \varphi(\tau, \varepsilon)$ и построить совмещенные пространственные графики физического состояния с учетом динамического воздействия суммарного силового потенциала.

Для поликристаллических материалов характерна анизотропия свойств на микро- и макроуровнях. При этом соотношение модулей упругости и коэффициента Пуассона по опытным данным [4]:

$$E_{\max} / E_{\min} = 1,18 - 3,35;$$

$$G_{\max} / G_{\min} = 1,07 - 2,48;$$

$$\mu_{\max} / \mu_{\min} = 0,1 - 0,6.$$

Такое изменение сказывается на значениях углов φ и коэффициентов $f_{1(2)}$ и подтверждает вывод о повышении с ростом динамичности воздействия коэффициента f_1 и снижении коэффициента f_2 . Конкретные динамические зависимости изменения величин η , E , μ , G дадут возможность на любом этапе деформирования представить более конкретный график физического состояния тела.

Итак, предложенное уравнение, связывающее касательные и нормальные напряжения через коэффициенты связи, позволяет в наглядной графической интерпретации при-

ближенно прогнозировать принципиально возможные и гипотетические состояния тел, физическое моделирование которых затруднено. Анализ реологических уравнений общего вида дает возможность выявить изменение коэффициентов связи основного уравнения в динамическом процессе деформирования изотропно-неоднородных тел с учетом скорости деформации и изменения условных параметров вязкости, а также наличия критических точек перестройки структуры при анализе физических состояний и приближенных вариационных моделей тел, резко отличающихся от обычных реальных свойств.

Показанные линейные графики состояний, по существу, являются интерпретацией уравнений (3)–(4) для некоторого промежутка времени действия данного комплекса внешнего энергосилового воздействия с учетом возможностей внутренней релаксационной перестройки начальной структуры тела.

Также проведен анализ сопоставления опытных прочностных характеристик (по стандартным методикам) с соответствующими величинами уточненного уравнения связи прочностных параметров, включающих коэффициенты уравнения связи, и показана возможность изменения обобщенных параметров за счет изменения структуры и ее более высокой организации в рамках данного химико-минералогического состава (применительно к горным породам и строительным материалам).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Заднепровский Р. П. Теория трения скольжения. Волгоград: Офсет, 2005. 52 с.
2. Михайлов И. Г., Соловьев В. А., Сырников Ю. П. Основы молекулярной акустики. М: Наука, 1964. С. 380–470.
3. Свойства пород горно-химического сырья / под ред. М. Е. Певзнера. М., 1971. 172 с.
4. Кукса Л. В. Механика структурно-неоднородных материалов на микро- и макроуровнях. Волгоград: ВолгГАСУ, 2002. С. 17–23.

Заднепровский Рем Петрович – доктор технических наук, профессор. 400074, Волгоград, ул. Лавочкина, 10–27, Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет. E-mail: zadnepr@yandex.ru