

УДК 623.72

МЕТОДИКА И РЕЗУЛЬТАТЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ТРЕНИЯ И ВОССТАНОВЛЕНИЯ МОНОФАЗ СЫПУЧИХ МАТЕРИАЛОВ

В. Я. Потапов, В. В. Потапов, Л. А. Семериков

Изложены методики и уравнения для определения коэффициентов трения и восстановления асбестосодержащих, слюдосодержащих и углесодержащих продуктов. Представлены графические зависимости изменения коэффициента трения качения асбестугольсодержащих продуктов.

Ключевые слова: коэффициенты трения, восстановления, качения; математические и регрессионные уравнения; асбест; уголь; слюда и вмещающие породы.

В работе [1] приведены результаты исследований по определению рациональных режимных параметров аппаратов для обогащения асбеста. Однако не определены такие физические константы, как коэффициенты статического и кинетического трения монофаз, хотя они оказывают существенное влияние на эффективность процесса разделения. Приведенные коэффициенты трения асбеста и породы по стали требуют уточнения, так как они определялись без учета крупности кусков, их формы и типов руд.

Для определения коэффициентов статического и кинетического трения использована известная методика [2–6], заключающаяся в первом случае в плавном увеличении угла наклона плоскости с расположенными на ней изучаемыми частицами и фиксации угла наклона при начале движения частиц, а во втором – в установке наклонной плоскости под углом, превышающем угол трения покоя на 2–3°, и измерении времени прохождения частицей участка плоскости фиксированной длины.

Статический коэффициент трения $f_{\text{ст}}$ есть тангенс угла наклона, при котором начинается движение частицы по плоскости.

Кинетический коэффициент трения $f_{\text{ск}}$ рассчитывался по известной формуле:

$$f_{\text{ск}} = \operatorname{tg} \alpha - (2S/gt^2 \cos \alpha),$$

где α – угол наклона плоскости, град; S – длина участка, м; g – ускорение свободного па-

дения, м/с²; t – время прохождения частицей участка S , с.

Выбор материалов покрытия для исследований определялся по следующим критериям: наибольшее различие в коэффициентах трения и относительно низкая стоимость. Результаты эксперимента приведены на рис. 1, 2.

Регрессионная зависимость кинетического коэффициента трения породных частиц кубической и неопределенной формы по стали (см. рис. 1) имеет вид: $f_{\text{ск}} = 0,45 \exp(-0,05d)$ с корреляционным отношением 0,9, а частиц лещадной формы $f_{\text{ск}} = 0,56 \exp(-0,05d)$ с корреляционным отношением 0,79.

Из рис. 1 видно, что с увеличением крупности частиц уменьшаются статический и кинетический коэффициенты трения, а коэффициенты трения у асбеста и породы по стали меньше, чем по резине.

Установлено, что кинетический коэффициент трения частиц одинаковой крупности, который определяет процесс разделения, на 15...35 % меньше статического коэффициента трения. Различие в кинетических коэффициентах трения распушенного волокна и породы на стальной поверхности составляет 0,35...0,4; на поверхности, покрытой резиной, – 0,4...0,42. В то же время разница в кинетических коэффициентах трения частиц нераспушенного асбеста и породных на стальной поверхности составляет 0,03...0,12; на поверхности, покрытой резиной, – 0,01...0,05.

Из этого следует, что распушенное волокно целесообразно выделять на поверхности, покрытой резиной, а отделение частиц нераспушенного асбеста от породных – на стальной поверхности.

С увеличением крупности разница в коэффициентах трения частиц монофаз снижается. Это можно объяснить тем, что рост крупности частиц снижает их однородность по составу и форме и, как следствие этого, – разницу в коэф-

фициентах трения.

Наибольшей величиной коэффициентов трения обладает распушенный асбест, далее следует нераспушенный асбест и породные частицы.

На рис. 2, 3 приведены результаты эксперимента по определению кинетического коэффициентов трения для частиц различной крупности для разного типа асбестосодержащих руд (мелкая сетка, крупная сетка,

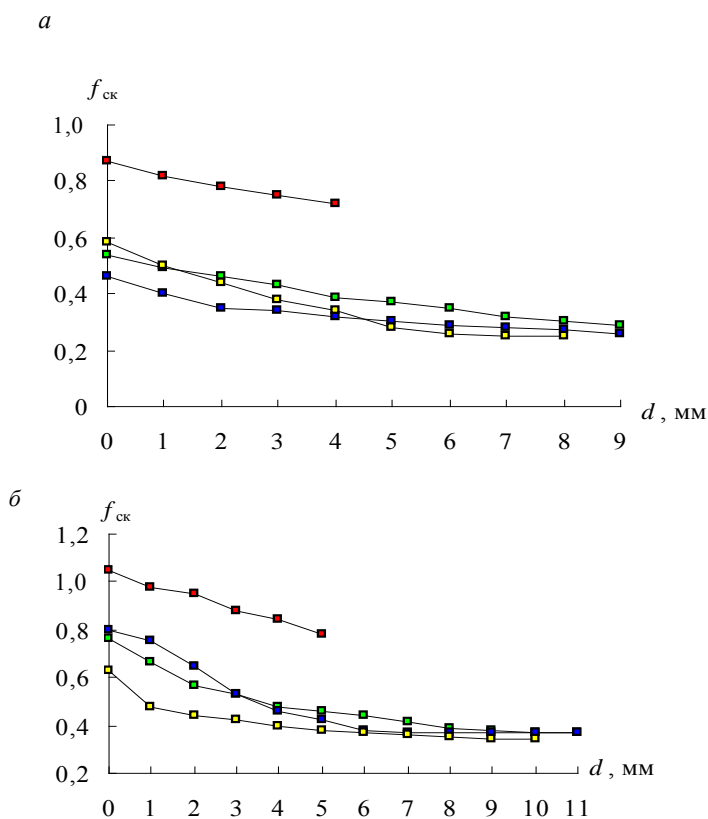


Рис. 1. Зависимость кинетического коэффициента трения $f_{ск}$ от крупности частиц d по:
a – стали; *б* – резине:
 1 – распушенный асбест; 2 – нераспушенный асбест; 3 – породные частицы кубической или неопределенной формы; 4 – породные фракции лещадной или игольчатой формы

отороченный жилы) по стали и резине, а так же по поверхности, выполненной из асбестового волокна и сеток с различным диаметром. Данные типы руд представлены офитом, серпентинитом, перидотитом, асбестом.

Результаты эксперимента показали, что раздельная переработка этих типов асбестосодержащих руд в цехах обогащения не отразится на технологических показателях выделения бедных фракций с использованием различия в коэффициентах трения.

Аналогичные исследования были проведены для слюдосодержащих сланцев, состоящих из слюды, кварца и граната [4–5]. Характерной особенностью этой руды является незначительная разница в плотности слюды и кварца и резкое различие в форме зерен слюды, кварца и граната. В процессе подготовки руды к разделению слюда выделяется в виде частиц пластинчатой формы, кварц и гранат – в виде округлых зерен. Коэффициенты трения зерен кварца, граната

и слюды оценивались экспериментально на нескольких диапазонах крупности зерен на наклонной полке с различным покрытием. В

каждом опыте брались от 100 до 200 частиц. Оценивались средние значения углов наклона и коэффициентов трения. Количество парал-

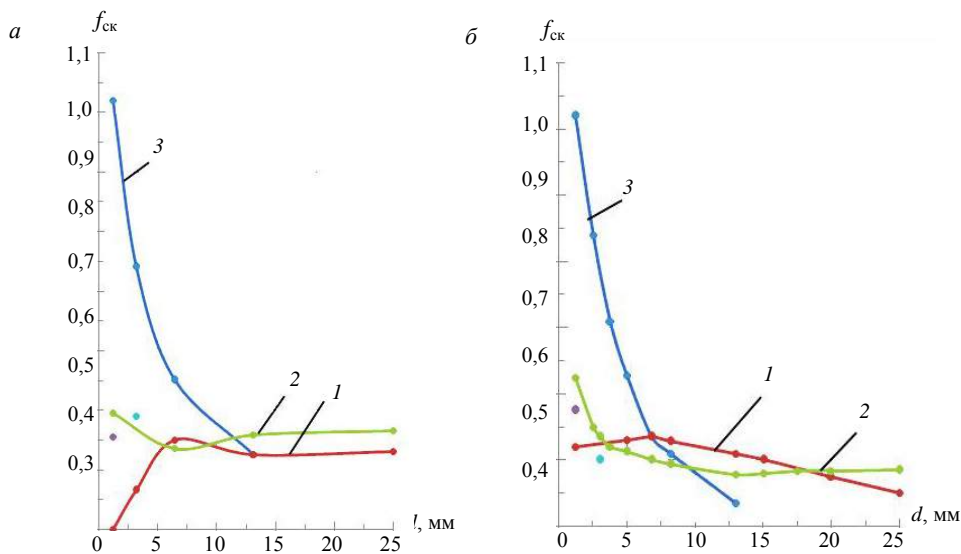


Рис. 2. Зависимость кинетического коэффициента трения от крупности частиц (мелкая сетка):

a – по стали:

1 – серпентинит; 2 – перидотит; 3 – асбест;

б – по резине:

1 – перидотит; 2 – серпентинит; 3 – асбест

лельных опытов – от 6 до 10 в каждом случае. В качестве покрытия исследовались сталь, линолеум, резина, дерево, стекло, алюминий.

Результаты определения коэффициентов кинетического трения и коэффициентов трения покоя для слюдосодержащих сланцев приве-

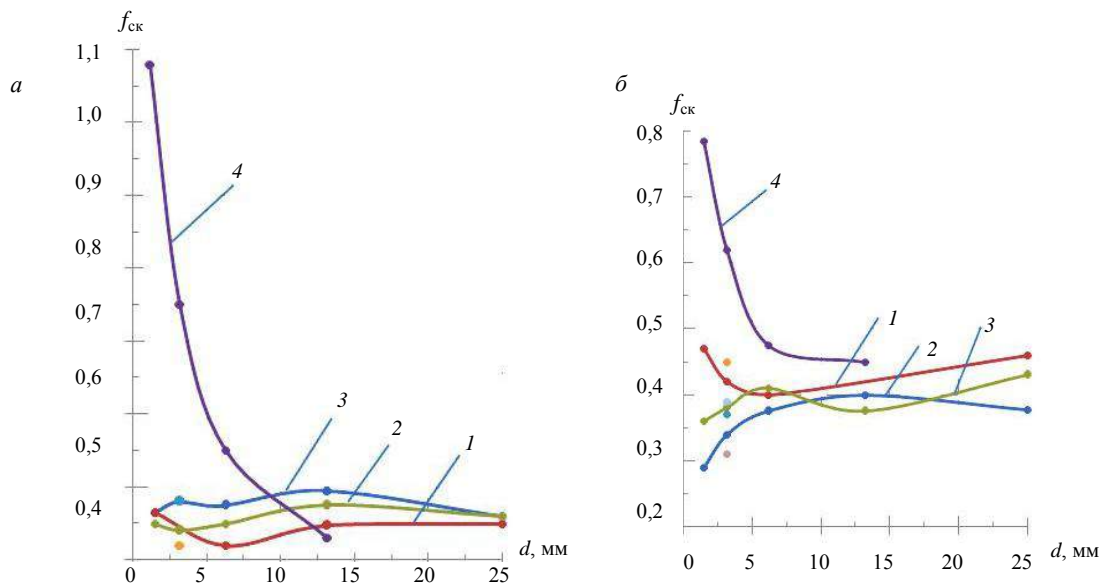


Рис. 3. Зависимость кинетического коэффициента трения от крупности частиц (крупная сетка, отороченные жилы):

a – по резине:

1 – офит; 2 – серпентинит; 3 – перидотит; 4 – асбест

б – по стали:

1 – офит; 2 – серпентинит; 3 – перидотит; 4 – асбест

дены на рис. 4–7.

На коэффициент трения существенное

влияние оказывают характер покрытия полки, а также крупность, плотность и форма

минеральных зерен. С уменьшением размера частиц коэффициент трения возрастает, особенно для слюды, в меньшей степени – для

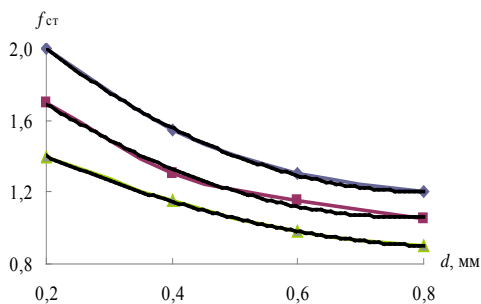


Рис. 4. Зависимость статического коэффициента трения от крупности частиц слюды:
 — резина; $y = 2,187x^2 - 3,512x + 2,612$, $R^2 = 0,999$
 — линолеум; $y = 1,062x^2 - 1,897x + 1,737$, $R^2 = 1$
 — сталь; $y = 1,875x^2 - 2,925x + 2,2$, $R^2 = 0,991$

кварца и граната. Наибольшее различие в коэффициентах трения разделяемых компонентов достигается при резиновом покрытии полки.

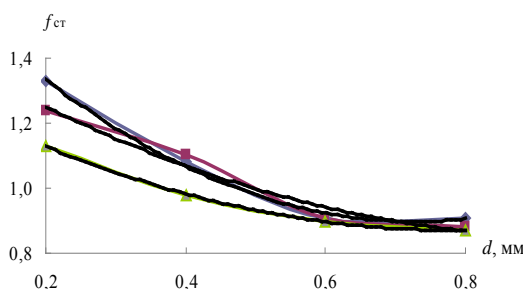


Рис. 5. Зависимость статического коэффициента трения от крупности частиц кварца:
 — резина; $y = 1,562x^2 - 2,277x + 1,727$, $R^2 = 0,996$
 — линолеум; $y = 0,687x^2 - 1,322x + 1,487$, $R^2 = 0,974$
 — сталь; $y = 0,75x^2 - 1,18x + 1,335$, $R^2 = 0,999$

Результаты опытов по определению упругих свойств угленосных формаций приведены на рис. 8, 9.

В результате исследований установлено, что форма частиц не оказывает влияния на коэффициенты трения только для крупных классов. С уменьшением крупности частиц для лещадных форм коэффициент трения увеличивается, а для кубических – уменьшается. Характер такого проявления связан с тем, что кубовидные частицы мелких фракций приближаются к шаровой форме и легче скатываются с поверхности. Лещадные частицы имеют больший контакт с поверхностью, поэтому замедляют свое движение.

Для количественной оценки упругих свойств частиц горной породы в настоящее время пользуются методикой, основанной на исследованиях Н. К. Тимченко [6]. Согласно

этой методике, угол отражения β определяется экспериментально на установке, позволяющей изменять угол наклона плоскости, о которую происходит удар частицы. Автор методики полагает, что угол отражения β до-

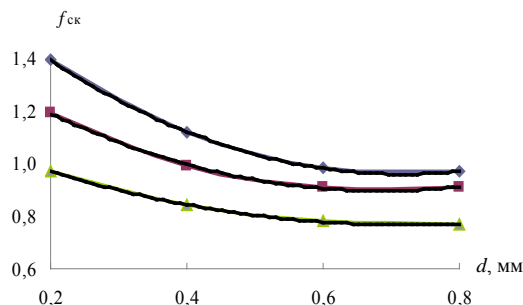


Рис. 6. Зависимость кинетического коэффициента трения от крупности частиц слюды:
 — резина; $y = 1,625x^2 - 2,325x + 1,79$, $R^2 = 1$
 — линолеум; $y = 1,25x^2 - 1,71x + 1,48$, $R^2 = 0,998$
 — сталь; $y = 0,75x^2 - 1,08x + 1,155$, $R^2 = 0,999$

полняет угол падения α до 45° для опыта, в котором отразившаяся частица падает на максимальном удалении по горизонтали от точки удара. В этом случае, утверждается в статье, свободный полет частицы начинается со скоростью v , направленной под углом 45° к горизонтали. Условия опыта таковы:

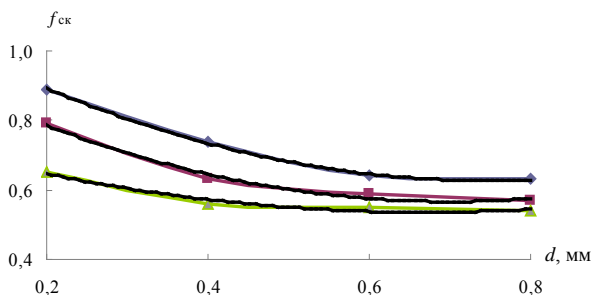


Рис. 7. Зависимость кинетического коэффициента трения от крупности частиц кварца:
 — резина; $y = 0,875x^2 - 1,315x + 1,12$, $R^2 = 0,998$
 — линолеум; $y = 0,875x^2 - 1,225x + 0,995$, $R^2 = 0,983$
 — сталь; $y = 0,5x^2 - 0,67x + 0,76$, $R^2 = 0,958$

– с некоторой фиксированной высоты h_1 без начальной скорости отпускают частицу (шарик);

– ударившись о наклонную плиту с углом наклона α , шарик отражается от нее и свободно летит до падения на горизонтальную плоскость.

Рассмотренная методика требует некоторых уточнений в определении коэффициентов восстановления и мгновенного трения [2, 7, 8]. Прежде всего, максимальная дальность отскока частицы соответствует начальному значению угла 45° лишь в случае, когда начальная скорость частицы v_0 постоянна для

всех углов наклона плиты. Действительно, при отсутствии сопротивления движению со стороны воздуха:

$$\begin{aligned} x &= v_0 t \cos \alpha_0, \\ y &= v_0 t \sin \alpha_0 - \frac{gt^2}{2}, \end{aligned}$$

где x, y – текущие координаты частицы; v_0, α_0 – начальная скорость и угол наклона скорости к горизонтали; t – текущее время.

В момент окончания полета частицы $y = 0$ и, следовательно,

$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha_0}{g}.$$

Поэтому дальность полета частицы, соответствующая ее абсциссе в данный момент времени,

$$l = v_0 \frac{2v_0 \sin \alpha_0}{g} \cos \alpha_0 = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha_0. \quad (1)$$

Из уравнения (1) следует, что дальность максимальна при $v_0 = \text{const}$ для $\alpha_0 = 45^\circ$, однако если $v_0 = \text{var}$, что имеет место в реальных условиях для падения частиц с различными физическими характеристиками, то для поиска l_{max} следует знать закон изменения скорости v_0 в зависимости от α_0 .

Для определения скорости v_0 рассмотрим процесс удара частицы о наклонную плоскость с использованием законов механики. В соответствии с законом изменения импульса движения при ударе имеем

$$m\vec{v}_0 - m\vec{v}_n = \Sigma \vec{S}_{\text{уд}}, \quad (2)$$

где m – масса частицы; \vec{v}_n – скорость падения частицы на плоскость; v_0 – скорость отражения (она же является начальной скоростью на участке свободного полета); $\Sigma \vec{S}_{\text{уд}}$ – вектор суммы ударных импульсов, приложенных к частице со стороны наклонной плоскости. Обозначив угол наклона плоскости α_i , заметим, что при движении частица перед ударом по вертикали $v_n = \sqrt{2gh}$, а угол между вектором \vec{v}_n и нормалью к плоскости (угол падения) равен α_i . Спроектируем уравнение (2) на направление плоскости τ и нормаль к ней n :

$$\begin{aligned} \tau: m v_0 \sin \beta_i - m v_n \sin \alpha_i &= -S_T, \\ n: m v_0 \cos \beta_i + m v_n \cos \alpha_i &= -S_N, \end{aligned}$$

где β_i – угол отражения; S_N, S_T – нормальная и касательная составляющие ударного импульса. В соответствии с гипотезой Рауса имеем

$$S_T = \lambda S_N,$$

где λ – коэффициент трения частицы о плоскость при ударе.

Для определения двух неизвестных величин v_0 и β_i имеем уравнение

$$(v_n \sin \alpha_i - v_0 \sin \beta_i) = \lambda (v_0 \cos \beta_i + v_n \cos \alpha_i).$$

Вторым уравнением может служить определение коэффициента восстановления k при ударе в соответствии с гипотезой Ньютона:

$$k = \frac{v_0 \cos \beta_i}{v_n \cos \alpha_i}.$$

После преобразований получим

$$v_0 = \frac{k v_n \cos \alpha_i}{\cos \beta_i}. \quad (3)$$

Угол падения и угол наклона плоскости связаны соотношением

$$\text{tg } \alpha_i + \text{tg } \alpha_0 = \sqrt{\frac{h_i}{l_i}} \sqrt{\text{tg } \alpha_0}.$$

Угол отражения частицы находится из формулы

$$\text{tg } \beta_i = -\text{tg } (\alpha_i + \alpha_0). \quad (4)$$

После преобразования формулы (5) получим

$$\text{tg } \beta_i = \frac{1}{k} \text{tg } \alpha_i - \lambda \left(1 + \frac{1}{k} \right). \quad (5)$$

Обозначим $\sqrt{\text{tg } \alpha_0} = z$, тогда

$$z^2 - 2k \sqrt{\frac{h_i}{l_i}} z + \text{tg } \alpha_i = 0. \quad (6)$$

Из уравнения (6) находим

$$z_{1,2} = +k \sqrt{\frac{h_i}{l_i}} \pm \sqrt{k^2 \frac{h_i}{l_i} - \text{tg } \alpha_i}.$$

После решения уравнения (6) можно получить уравнение для определения угла наклона траектории α_0 :

$$\text{tg } \alpha_0 = 2k^2 \frac{h_i}{l_i} + 2k \sqrt{\frac{h_i}{l_i}} \sqrt{k^2 \frac{h_i}{l_i} - \text{tg } \alpha_i} - \text{tg } \alpha_i. \quad (7)$$

Совокупность формул (1), (3), (5), (7) мо-

жет послужить основанием для разработки уточненной методики экспериментального определения исходных параметров для определения k и λ . Для ее применения необходимо осуществить ту же самую серию экспериментальных исследований, с тем лишь отличием, что в каждой серии опытов определяется не

максимальная дальность полета частиц, а своя дальность для каждого угла наклона.

Отметим, что согласно формулам (1) и (5), дальность полета может быть определена в виде

$$l_i = \frac{2h_i \cos^2 \alpha_i k^2}{\cos^2 \beta_i} \sin(2\alpha_i + 2\beta_i). \quad (8)$$

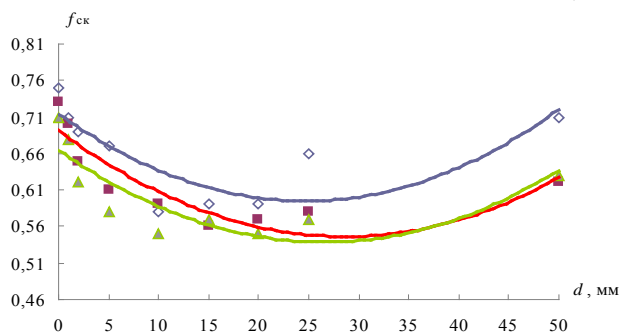


Рис. 8. Зависимость кинетического коэффициента трения угленосных пород

от крупности частиц по резине:

- ◇ – породы; $y = 0,0002x^2 - 0,0097x + 0,7143$, $R^2 = 0,6839$
- – сростки; $y = 0,0002x^2 - 0,0101x + 0,6911$, $R^2 = 0,8081$
- ▲ – уголь; $y = 0,0002x^2 - 0,0095x + 0,6646$, $R^2 = 0,7148$

Для одних и тех же условий опыта λ и k постоянны, поэтому из уравнения (5) следует, что для каждого фиксированного значения угла α_i , угол отражения β_i не меняется. Отсюда следует, согласно уравнению (8), что отношение $h_i/l_i = \text{const}$ при $\alpha_i = \text{const}$. Таким образом, в каждой серии опытов следует для первого β_i взять среднее значение отношения h_i/l_i , а для определения коэффициента восстановления k и коэффициента трения при ударе λ будет получена система уравнений (5), (8), количество уравнений в которой равно числу проведенных испытаний для различных углов наклона плоскости.

Для удобства вычислений уравнение (8) путем тригонометрических преобразований и с использованием уравнения (5) приведено к виду

$$k^2 \frac{4h_i}{l_i} \cos^4 \alpha_i (\text{tg } \alpha_i + \text{tg } \beta_i)(1 - \text{tg } \alpha_i \text{tg } \beta_i) = 1. \quad (9)$$

В результате такой записи уравнения коэффициенты λ и k определяются из переопределенной системы нелинейных алгебраических уравнений одинакового вида (если конечное число различных значений углов наклона плоскости не менее трех). Приближенное решение системы уравнений можно найти, минимизируя функционал, характеризующий

отклонение значений левой части уравнения (20) от 1 для различных значений коэффициентов λ и k . В качестве такого функционала часто используется квадратичная невязка. Для рассматриваемого уравнения в качестве этой невязки выбрана функция

$$F(\lambda, k) = \sum_{i=3}^n \left\{ \frac{4h_i}{l_i} (k + 1)(\text{tg } \alpha_i - \lambda) [k - \text{tg } \alpha_i (\text{tg } \alpha_i - k\lambda - \lambda)] - \cos^{-4} \alpha_i \right\}^2, \quad (10)$$

где n – число испытаний для различных углов наклона плоскости α_i .

Таким образом, значения λ^* , k^* , доставляющие минимум квадратичной невязки (10),

$$F(\lambda^*, k^*) = \min F(\lambda, k),$$

где λ^* , k^* – экспериментальные коэффициенты мгновенного трения и восстановления при ударе соответственно.

Определение упругих свойств монофаз асбестосодержащих продуктов проводилось в ФГБОУ ВПО «УГГУ» и институте «НИИпроектасбест» (г. Асбест Свердловской области) по методике, описанной ранее. Все продукты были разделены на классы крупности с выделением различных агрегатных состояний ас-

беста и вмещающих пород с учетом их формы, а также разделения их на материалы: серпентинит, перидотит и офит. От каждого класса

движения частиц после соударения с наклонной плоскостью существенно влияет их форма. Поэтому при изучении упругих свойств

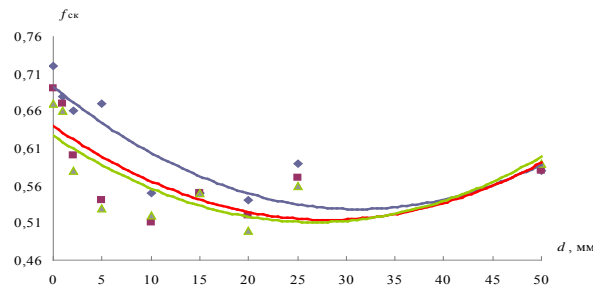


Рис. 9. Зависимость кинетического коэффициента трения угленосных пород от крупности частиц по стали:
 ◊ – породы; $y = 0,0002x^2 - 0,0105x + 0,6925$, $R^2 = 0,7731$
 ■ – сростки; $y = 0,0002x^2 - 0,0089x + 0,6396$, $R^2 = 0,54569$
 ▲ – уголь; $y = 0,0002x^2 - 0,0087x + 0,6267$, $R^2 = 0,5646$

отбиралось не менее 30 частиц, по каждой частице проводилось не менее четырех замеров. Высота падения частиц изменялась в интер-

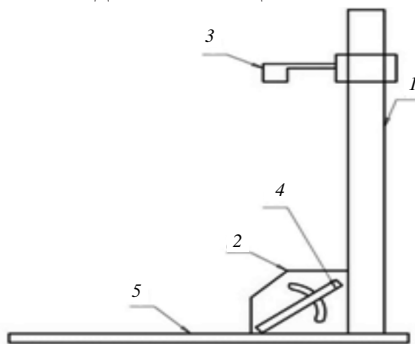


Рис. 10. Схема установки для изучения упругих свойств асбестосодержащих продуктов

вале от 350 до 500 мм, угол наклона стальной плиты, о которую ударялась падающая частица, увеличивался от 0 до 45°. На траекторию

шарообразные формы частиц не готовились, следовательно, процесс соударения при экспериментах адекватно моделирует процесс в промышленном аппарате. Схема установки для изучения упругих свойств горных пород дана на рис. 10. В шторке 2 на заданной высоте закрепляется кювета 1 для исследуемой частицы. В нижней части у основания 3 под кюветой расположена стальная плита 4, угол наклона которой может изменяться от 0 до 60°. Частицы, отражаясь при ударе о плиту, попадают на платформу 5, на которой производится замер дальности отражения частиц во всех исследуемых режимах. По условию опыта поверхность стальной плиты 4 может быть покрыта любыми материалами.

Результаты определения фрикционных и упругих характеристик горных пород на разных поверхностях приведены в таблице.

Результаты определения фрикционных характеристик углесодержащих формаций

Порода	Коэффициент							
	$f_{ст}$		$f_{ск}$		k		λ	
	Сталь	Резина	Сталь	Резина	Сталь	Резина	Сталь	Резина
Уголь бурый	0,56	0,73	0,37	0,49	0,54	0,58	0,18	0,15
Уголь каменный	0,52	0,68	0,34	0,46	0,53	0,56	0,16	0,17
Антрациты	0,49	0,64	0,32	0,43	0,52	0,54	0,15	0,18
Глины	0,74	1,10	0,62	0,88	0,12	0,09	0,36	0,48
Аргиллиты	0,61	0,79	0,42	0,53	0,35	0,47	0,25	0,22
Алевролиты	0,68	0,78	0,40	0,52	0,34	0,45	0,23	0,21
Песчаники	0,59	0,77	0,39	0,52	0,35	0,43	0,23	0,20
Известняки	0,58	0,76	0,38	0,51	0,53	0,56	0,18	0,16
Изверженные породы	0,57	0,75	0,38	0,50	0,52	0,58	0,16	0,15
Сланец	0,65	0,84	0,43	0,56	0,32	0,36	0,27	0,24

Анализ результатов позволил установить следующие основные закономерности:
 – упругие свойства асбестового волокна

зависят от его агрегатного состояния: с увеличением расщепленности их упругость снижается, при удельной поверхности 3000...5000

см²/г волокно приобретает свойства абсолютно неупругого тела; основной причиной значительного рассеяния дальности отскока агрегатов волокон является их вытянутая форма, приводящая к косому удару; в этом случае центр тяжести частицы значительно смещен от линии удара; у породных частиц, имеющих округлую форму, разброс дальности отражения значительно меньше;

– упругие свойства вмещающей породы, которые можно оценивать величиной отскока l частицы от плиты, в незначительной степени зависят от крупности частиц; для интервала крупности $d = 35 \dots 63$ мм зависимость аппроксимируется уравнением $l = 144 + 83,2/d$ с корреляционным отношением 0,864 (рис. 11); повышение упругих свойств породных частиц с уменьшением их крупности объясняется увеличением однородности материала в зерне по плотности и прочности, т. е. стабилизацией формы частиц; коэффициент восстановления увеличивается в среднем с 0,28 до 0,3 у частиц крупностью $-45+20$ мм до 0,37 у частиц $-1,2+0,63$ мм, т. е. контрастность данного признака разделения более ярко выражена, чем *скорость витания асбестового волокна и породных частиц*, которая практически сближается в классах менее 1 мм;

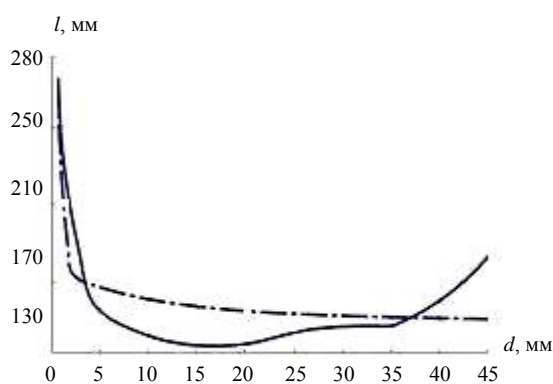


Рис. 11. Зависимость расстояния отражения породных частиц от крупности после взаимодействия с наклонной плоскостью:
— экспериментальная кривая; - - - расчетная кривая

– как для породных частиц, так и для нераспушенного асбестового волокна эффект взаимодействия с поверхностью разделения зависит от высоты подачи продукта и угла наклона поверхности к горизонту (рис. 12). Зависимости расстояния отражения породных частиц от высоты подачи и угла наклона поверхности разделения имеют унимодальный характер с экстремумом в интервале

20...25°; уточнены физические характеристики частиц углесодержащих формаций, значения коэффициентов мгновенного трения, представляющие собой относительное снижение касательной составляющей скорости частиц после удара о плоскость; коэффициент трения при ударе для породных частиц равен: $\lambda = 0,18 \dots 0,36$, для угольных – $\lambda = 0,15 \dots 0,8$; между коэффициентом мгновенного трения и углом падения частицы на плоскость существует зависимость вида $\lambda = (1 - k) f_{\text{ск}} \text{ctg } \alpha_n$; определены величины коэффициентов трения скольжения, которые имеют линейную взаимосвязь с коэффициентами мгновенного тре-

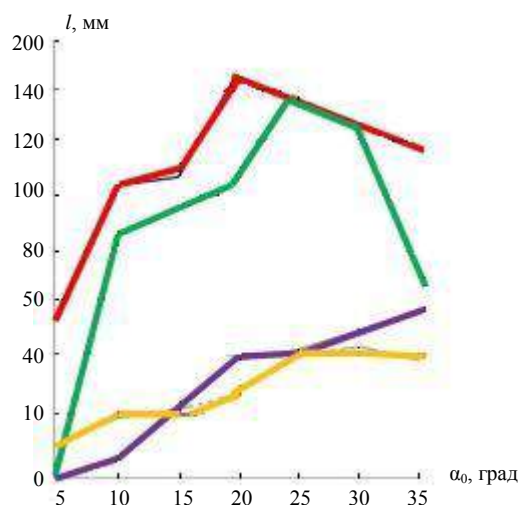


Рис. 12. Зависимость расстояния отражения породных частиц, волокна различного агрегатного состояния и вмещающей породы от угла наклона плоскости 500 мм:

— породные фракции; — нераспушенные агрегаты; — распушенные агрегаты; — распушенное волокно

ния $f_{\text{ск}} = 1 - \lambda$.

– результаты расчета коэффициентов k и λ по полученным уравнениям показали, что предложенная методика расчета хорошо согласуется с механикой удара частиц; относительно большим коэффициентам восстановления соответствуют небольшие значения коэффициента трения при ударе;

– по результатам обработки данных экспериментальных исследований разработаны статистические модели зависимостей коэффициента восстановления от коэффициента трения при ударе.

При ударе частицы асбеста о резиновое покрытие разделительной поверхности барабана зависимость коэффициента восстановления от коэффициента трения имеет вид

$$k = 0,69 - 1,57\lambda, \eta_p = 0,9,$$

а при ударе о стальную поверхность

$$k = 0,69 - 2,3\lambda, \eta_{ct} = 0,85,$$

Для угольных частиц уравнение выглядит следующим образом:

для резинового покрытия

$$k = 0,78 - 1,5\lambda, \eta_p = 0,95,$$

при ударе о стальную поверхность

$$k = 0,86 - 2,07\lambda, \eta_{ct} = 0,96.$$

Данные уравнения могут быть использованы в математической модели фрикционно-сепаратора для оптимизации процесса разделения этих руд.

Полученные сведения об упругих свойствах частиц горных пород свидетельствуют о высокой контрастности исследуемого признака и возможности его эффективного использования для разделения продуктов различной крупности: для асбеста, в первую очередь, выделение обедненной по свободному волокну породной фракции, а для слюд – выделение слюдяного концентрата.

В результате экспериментальных исследований установлено, что частицы кубовидной формы после удара начинают вращаться. Это объясняется тем, что удар частицы о наклонную плоскость не центральный.

Методика определения приведенного коэффициента трения перекачиваемой ча-

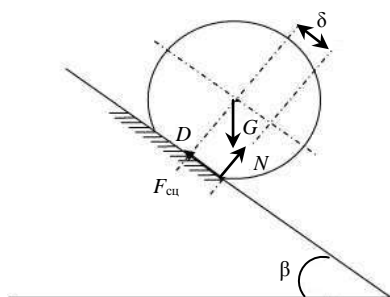


Рис. 13. Силы, действующие на частицу

стицы получена из условия ее опрокидывания вокруг границы площадки контакта [9, 10].

Перед проведением эксперимента определялись форма и размеры частицы минерала. После этого образцы исследуемых материалов помещались на наклонную плоскость. Определялись угол и время прохождения ча-

стицей участка со скольжением. Для перевода частицы в режим качения производилось увеличение угла подъема плоскости.

Коэффициент трения качения δ_0 определяется по углу наклона β_k , который составляет подвижная плоскость в момент начала качения (при отсутствии проскальзывания, рис. 13). Качение начинается в тот момент времени, когда линия действия силы тяжести G выйдет за пределы границы площадки контакта частицы с наклонной плоскостью. Предельное значение угла наклона плоскости, при котором линия действия силы G точно попадает на границу площадки контакта, соответствует величине δ_0 . Как известно, причиной возникновения трения качения является деформация катящегося объекта и поверхности, по которой происходит качение. Момент трения качения $M_{тр}$ определяется как момент нормальной реакции N относительно центра D площадки контакта

$$M_{тр} = \delta_0 N,$$

где N – величина нормальной реакции, $N = G \cos \beta_k$.

Сила тяжести при этом создает относительно той же точки момент, по величине равный

$$M_d(G) = GR \sin \beta_k,$$

где R – радиус частицы.

Таким образом, в предельном случае (для момента начала качения)

$$GR \sin \beta_k = \delta_0 G \cos \beta_k,$$

и, следовательно,

$$\delta_0 = R \operatorname{tg} \beta_k.$$

При движении катящейся без скольжения частицы ускорение a_c ее центра можно определить в виде

$$a_c = \frac{5}{7} g \left(\sin \beta_k - \frac{\delta}{R} \cos \beta_k \right).$$

Считая качение частицы по наклонной плоскости равнопеременным, величину δ при движении можно определить по длине L пройденного ею за время t пути:

$$\delta = R \left(\operatorname{tg} \beta_k - \frac{2,8L}{gt^2 \cos \beta_k} \right).$$

Результаты экспериментального определения коэффициента трения качения представлены на рис. 14, 15. Исследования показывают, что существует закономерная взаимосвязь между крупностью куска и приведенным коэффициентом трения качения: чем больше размер, тем выше коэффициент трения

качения. Данная закономерность прослеживается для различных поверхностей качения.

Установлено, что коэффициент трения качения связан с крупностью перемещающихся угольных кусков прямой пропорциональной зависимостью $\delta \cong K_m d$, где K_m – безразмерный коэффициент пропорциональности

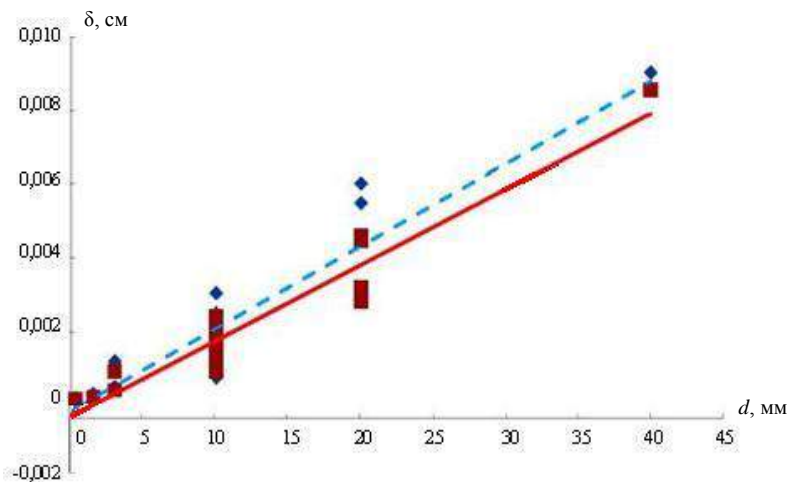


Рис. 14. Зависимость приведенного коэффициента трения качения от крупности для угольных формаций:

◆ – резина; ■ – сталь;
 - - - линейная (резина); $y = 0,0002231x - 0,0001426$, $R^2 = 0,86$
 — — — линейная (сталь); $y = 0,0002055x - 0,0002959$, $R^2 = 0,90$

($K_m = 2,23 \cdot 10^{-4}$ с остаточной дисперсией $D_{ост} = 6,3 \cdot 10^{-7}$) как для резиновой, так и для сталь-

ной поверхностей качения. Корреляционное отношение при этом составляет $\eta = 0,93$.

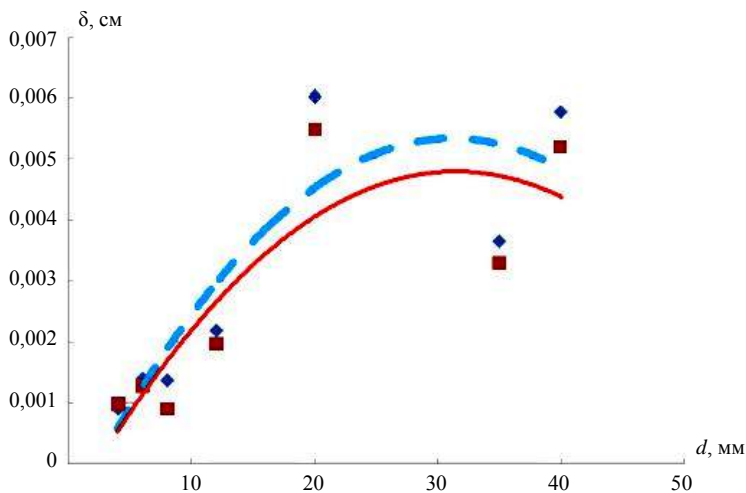


Рис. 15. Зависимость приведенного коэффициента трения качения от крупности для асбестосодержащих продуктов:

◆ – резина; ■ – сталь;
 - - - линейная (резина); $y = -0,0000065x^2 + 0,0004032x - 0,0009400$, $R^2 = 0,76$
 — — — линейная (сталь); $y = -0,0000057x^2 + 0,0003577x - 0,0008221$, $R^2 = 0,74$

Приведенная методика была апробирована также на асбестосодержащих рудах. Уравнения взаимосвязи указанных параметров для этих руд можно описать полиномом

второй степени.

Различие в кинетических коэффициентах трения ценного продукта и породы по стали и резине достаточны для их разделения. С

уменьшением крупности частицы становятся в коэффициентах трения становится незначительной. однородными по составу и форме, и разница

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Щедринский М. Б., Волегов А. В., Мюллер Э. К. Обогащение асбестовых руд. М.: Госгортехиздат, 1962. 234 с.
2. Методика определения упругих и фрикционных характеристик сыпучих материалов / В. Я. Потапов [и др.] // Изв. вузов. Горный журнал. 1998. № 5/6. С. 103–108.
3. Цыпин Е. Ф., Пелевин А. Е., Потапов В. Я. Исследование физико-механических свойств руд хризотил-асбеста для разработки способов и устройств для предварительного обогащения в дробильно-сортировочном комплексе: отчет о НИР. Свердловск, 1987. 142 с. № ГР 018527675.
4. Келина И. М., Цыпин Е. Ф., Александрова Е. П. О коэффициентах трения минералов при обогащении слюдосодержащих сланцев на полочном воздушном сепараторе // Изв. вузов. Горный журнал. 1983. № 4. С. 126–129.
5. Александрова Е. П., Тихонов О. Н. Анализ закономерностей разделения минералов и выбор оптимальных режимов для полочного воздушного сепаратора // Цветные металлы. 1986. № 6. С. 12–17.
6. Тимченко Н. К. Основы механического разделения зерен щебня и гравия по упругости и трению // Строительные материалы. 1964. № 4. С. 17–19.
7. Фрикционные характеристики кусков – основа для моделирования сепараторов / В. Я. Потапов [и др.] // Математическое моделирование механических явлений: материалы Всерос. науч.-техн. конф. Екатеринбург, 2011. С. 55–59.
8. Теоретический анализ движения и удара частицы обогащаемого материала о наклонную плоскость / В. Я. Потапов [и др.] // Изв. вузов. Горный журнал. 2007. № 1. С. 110–113.
9. Потапов В. Я., Потапов В. В., Семериков Л. А. Методика и результаты исследования коэффициентов трения качения горных пород // Уральская горная школа – регионам: материалы Междунар. науч.-практ. конф. Екатеринбург, 2011. С. 361–362.
10. Ляпцев С. А., Потапов В. Я. Обоснование методов экспериментального определения коэффициентов трения качения для горных пород // Фундаментальные исследования. 2012. № 3. С. 102–105. URL: www.rae.ru/fs/?section=content&op=show_article&article_id=7981910

Поступила в редакцию 12 февраля 2014 г.

Потапов Валентин Яковлевич – доктор технических наук, доцент кафедры горной механики. 620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30, Уральский государственный горный университет. E-mail: gmf.gm@ursmu.ru

Потапов Владимир Валентинович – кандидат технических наук, доцент кафедры горного дела. 620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30, Уральский государственный горный университет. E-mail: gtf.gd@ursmu.ru

Семериков Леонтий Андреевич – аспирант кафедры горной механики. 620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30, Уральский государственный горный университет.